

Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se dă progresia geometrică $b_1, 18, 6, b_4, \dots$. Determinați termenii b_1, b_4, b_8 .
- 5p** 2. Determinați valorile reale $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $ax^2 - x - a - 1 = 0$ are două soluții reale distincte.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x = 2 \log_3 2 - \log_3 4 + \log_3 (2x - 1)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4), B(-1, 1)$ și $C(3, a)$, $a \in \mathbb{R}$. Determinați numărul $a \in \mathbb{R}$ pentru care dreptele OC și AB sunt perpendiculare.
- 5p** 6. În triunghiul ABC se cunosc $AB = BC = 3$ și $AC = 3\sqrt{2}$. Determinați măsura unghiului A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 4^x & 0 \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A(x) = 6^{2x}$ pentru orice număr real x .
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot B = B \cdot A(x)$.
- 5p** c) Rezolvați ecuația $X \cdot X = A(1)$, unde $X \in M_2(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$, $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că $3 * 4 = 0$.
- 5p** b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * a = a * x = a$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Știind că legea $*$ este asociativă, calculați $\frac{1}{2026} * \frac{2}{2026} * \dots * \frac{6202}{2026}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x - 2}$.
- 5p** a) Demonstrați că $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că $11 \leq f(x) \leq 15$, pentru orice $x \in [3, 5]$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$ și $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1 + x\sqrt{x}}{x^2}$.
- 5p** a) Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g .
- 5p** b) Arătați că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.
- 5p** c) Calculați $\int f^2(x) \cdot g(x) dx$.