

Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1}{3}$ $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow b_1 = 54, b_4 = 2, b_8 = \frac{2}{81}$	2p 3p
2.	Ecuția are două soluții reale distincte dacă și numai dacă $\Delta > 0$ $\Delta = (2a + 1)^2 > 0 \Rightarrow a \neq -\frac{1}{2}$ Cum $a \neq 0 \Rightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, 0\}$	3p 2p
3.	Se impun condițiile $x > 0, 2x - 1 > 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ Ecuția devine $\log_3 x = \log_3 (2x - 1) \Rightarrow x = 1 \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile. Cifra sutelor poate fi aleasă în 4 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifrele zecilor și unităților se pot alege în câte 5 moduri, deci există $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ de cazuri favorabile. $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{100}{900} = \frac{1}{9}$	3p 2p
5.	$m_{AB} = 1, m_{OC} = \frac{a}{3}$ $AB \perp OC \Rightarrow m_{AB} \cdot m_{OC} = -1 \Rightarrow a = -3$	2p 3p
6.	Din teorema cosinusului se obține $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$ Finalizare $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}, A \in (0^\circ, 180^\circ) \Rightarrow A = 45^\circ$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A(x) = \begin{vmatrix} 4^x & 0 \\ 0 & 9^x \end{vmatrix} = 4^x \cdot 9^x - 0 \cdot 0 = 4^x \cdot 9^x$	3p
------	--	----

Probă scrisă la matematică *M_șt-nat*

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

	Finalizare $4^x \cdot 9^x = 36^x = 6^{2x}$	2p
b)	$A(x) \cdot B = \begin{pmatrix} -4^x & 4^x \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}, B \cdot A(x) = \begin{pmatrix} -4^x & 9^x \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$	3p
	$A(x) \cdot B = B \cdot A(x) \Rightarrow 4^x = 9^x \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^x = 1 \Rightarrow x = 0$	2p
c)	Dacă $X \in M_2(\mathbb{R})$ verifică ecuația $X \cdot X = A(1) \Rightarrow X^2 = A(1) \Rightarrow X \cdot A(1) = X^3 = A(1) \cdot X \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$	3p
	$X^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow a \in \{-2, 2\}, b \in \{-3, 3\}$ Soluțiile ecuației vor fi $X_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, X_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, X_4 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$	2p
2.a)	$3 * 4 = -3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - 2$	3p
	$3 * 4 = -12 + 6 + 8 - 2 = 0$	2p
b)	$x * a = -ax + 2x + 2a - 2$ $-ax + 2x + 2a - 2 = a \Leftrightarrow (2 - a)(x - 1) = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 2$	3p
	Legea este comutativă $\Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2, \forall x \in \mathbb{R}$	2p
c)	Conform punctului b) $\Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2, \forall x \in \mathbb{R}, \frac{4052}{2026} = 2$	2p
	$\left(\frac{1}{2026} * \frac{2}{2026} * \dots * \frac{4051}{2026}\right) * 2 * \left(\frac{4053}{2026} * \frac{4054}{2026} * \dots * \frac{6202}{2026}\right) = 2$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(x^2 + x + 3)'(x - 2) - (x^2 + x + 3)(x - 2)'}{(x - 2)^2}$	3p
	$= \frac{(2x + 1)(x - 2) - (x^2 + x + 3)}{(x - 2)^2}$ Finalizare calcule $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$	2p
b)	Ecuția asimptotei oblice este $y = mx + n, m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}, n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx]$	2p
	Se obțin $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 3}{x(x - 2)} = 1, n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 3}{x - 2} = 3$ Ecuția asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f este $y = x + 3$.	3p

c)	Din studiul monotoniei funcției f se obține că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[3,5]$. $3 \leq x \leq 5 \xrightarrow{f \text{ descrescătoare}} f(3) \geq f(x) \geq f(5)$ $f(3) = 15, f(5) = 11 \Rightarrow 11 \leq f(x) \leq 15, \forall x \in [3,5]$	2p
		3p
2.a)	Funcția f este primitiva funcției $g \Leftrightarrow f$ este funcție derivabilă și $f'(x) = g(x)$, $\forall x > 0$ Se observă că f este derivabilă și $f'(x) = 2(\sqrt{x})' - \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2} = g(x)$	2p
b)	Dacă $f'(x) > 0, \forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ strict crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$	2p
	$f'(x) = g(x) = \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2} > 0, \forall x \in (0, +\infty)$	3p
c)	$\int f^2(x) \cdot g(x)dx = \int f^2(x) \cdot f'(x)dx =$	2p
	$= \frac{1}{3}f^3(x) + C = \frac{1}{3}(2\sqrt{x} - \frac{1}{x})^3 + C$	3p