

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
Model decembrie 2025
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1) Determinați suma primilor patru termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_3 = 3$ și $b_4 = 9$. |
| 5p | 2) Se consideră funcțiile $f, g: R \rightarrow R, f(x) = (3x - 2)^2, g(x) = 2025 - 2x$. Calculați $g(f(0))$. |
| 5p | 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 9 \cdot 2^x = -8$. |
| 5p | 4) Determinați numărul termenilor raționali din dezvoltarea $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{4})^{18}$. |
| 5p | 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, -5), B(-1, 2)$ și $C(0, 4)$. Determinați ecuația înălțimii dusă din vârful A al triunghiului ABC pe latura BC . |
| 5p | 6) În triunghiul ABC se cunosc $AC = 3, AB = 5$ și $A = \frac{\pi}{3}$. Calculați $\cos B$. |

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1) Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x + my + 2z = 1 \\ x + (2m - 1)y + 3z = 1 \\ x + my + (m + 3)z = 2m - 1 \end{cases}, \text{ unde } m \in R.$ |
| 5p | a) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul este compatibil determinat. |
| 5p | b) Pentru $m = -1$ studiați compatibilitatea sistemului. |
| 5p | c) Pentru $m = 1$, determinați soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului, cu x_0, y_0, z_0 numere reale, care verifică relația $x_0 - y_0 + 5z_0 = 5$. |
| 5p | 2) Pe mulțimea R se definește legea de compoziție $x \circ y = 5xy + 6x + 6y + 6$. |
| 5p | a) Arătați că $x \circ y = 5\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(y + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | b) Demonstrați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este asociativă. |
| 5p | c) Determinați numărul întreg x pentru care $x \circ x \circ x = -1$. |

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1) Se consideră funcția $f: R - \left\{\frac{2}{b}\right\} \rightarrow R, f(x) = \frac{x^2 + ax}{bx - 2}$, unde $a \in R$ și $b \in R^*$. |
| 5p | a) Determinați numere reale nenule a și b pentru care funcția are două puncte de extrem de abscise $x = -2$ și $x = 6$. |
| 5p | b) Pentru $a = 6$ și $b = 1$ determinați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f . |

5p c) Pentru $a = 6$ și $b = 1$ arătați că $f(x) \leq 2$, pentru orice $x \in (-\infty, 2)$.

2) Se consideră funcția $f: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1, & x \in [-2, 0) \\ e^{2x + \ln(x+1)}, & x \in [0, 4] \end{cases}$.

5p a) Arătați că funcția f admite primitive pe intervalul $[-2, 4]$.

5p b) Determinați primitiva $G: [-2, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: [-2, 0) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, știind că $G(-1) = -2$.

5p c) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $[0, 4]$.