

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
Model decembrie 2025
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$q = \frac{b_4}{b_3} = 3$	2p
	$b_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow S_4 = b_1 \cdot \frac{q^4 - 1}{q - 1} = \frac{40}{3}$	3p
2.	$f(0) = 4$	3p
	$g(f(0)) = g(4) = 2025 - 8 = 2017$	2p
3.	Se notează $2^x = y > 0 \Rightarrow y^2 - 9y + 8 = 0$ cu soluțiile $y = 1$ și $y = 8$	2p
	Se obține $x = 0$ și $x = 3$	3p
4.	$T_{k+1} = C_{18}^k \cdot (\sqrt{2})^{18-k} \cdot (\sqrt[3]{4})^k = C_{18}^k \cdot 2^{\frac{18-k}{2}} \cdot 4^{\frac{k}{3}} = C_{18}^k \cdot 2^{\frac{54-k}{6}}$	2p
	$T_{k+1} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow \frac{54-k}{6} \in \mathbb{Q} \Rightarrow k:6$ și $k \leq 18 \Rightarrow k \in \{0, 6, 12, 18\}$, deci sunt patru termeni raționali	3p
5.	Fie h_A înălțimea dusă din vârful A al triunghiului ABC .	
	$m_{BC} = 2 \Rightarrow m_{h_A} = -\frac{1}{2}$	2p
6.	Ecuția înălțimii din vârful A este $y + 5 = -\frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{-x - 7}{2}$	3p
	$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Rightarrow BC = \sqrt{19}$	3p
6.	$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{7\sqrt{19}}{38}$	2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	Sistemul este compatibil determinat $\Leftrightarrow \det A \neq 0$, unde	3p
-------------	--	-----------

	$A = \begin{pmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & 2m-1 & 3 \\ 1 & m & m+3 \end{pmatrix}, m \in \mathbb{R}$ $\det A = \begin{vmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & 2m-1 & 3 \\ 1 & m & m+3 \end{vmatrix} = m^2 - 1$ $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$	2p
b)	Pentru $m = -1$ sistemul devine $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ x - 3y + 3z = 1 \\ x - y + 2z = -3 \end{cases}$. Din prima și ultima ecuație $\Rightarrow 1 \neq -3$, deci sistemul este incompatibil	2p 3p
c)	Pentru $m = 1$ și $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3 \Rightarrow \begin{cases} x_0 + y_0 + 2z_0 = 1 \\ x_0 + y_0 + 3z_0 = 1, \text{ de unde } z_0 = 1 \\ x_0 + y_0 + 4z_0 = 1 \end{cases}$ Prin rezolvarea sistemului $\begin{cases} x_0 + y_0 + 4z_0 = 1 \\ x_0 - y_0 + 5z_0 = 5 \end{cases}$ se obține $x_0 = 3$ și $y_0 = -2$	2p 3p
2.a)	$x \circ y = 5xy + 6x + 6y + \frac{36}{5} - \frac{6}{5} = 5\left(xy + \frac{6x}{5} + \frac{6y}{5} + \frac{36}{25}\right) - \frac{6}{5} =$ $= 5\left[x\left(y + \frac{6}{5}\right) + \frac{6}{5}\left(y + \frac{6}{5}\right)\right] - \frac{6}{5} = 5\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(y + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$(x \circ y) \circ z = \left[5\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(y + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}\right] \circ z = 5\left[5\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(y + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5} + \frac{6}{5}\right]\left(z + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5} =$ $= 25\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(y + \frac{6}{5}\right)\left(z + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}$ $x \circ (y \circ z) = x \circ \left[5\left(y + \frac{6}{5}\right)\left(z + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}\right] = 5\left(x + \frac{6}{5}\right)\left[5\left(y + \frac{6}{5}\right)\left(z + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5} + \frac{6}{5}\right] - \frac{6}{5} =$ $= 25\left(x + \frac{6}{5}\right)\left(y + \frac{6}{5}\right)\left(z + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}, \text{ deci legea de compoziție „}\circ\text{” este asociativă}$	2p 3p
c)	$x \circ x = 5\left(x + \frac{6}{5}\right)^2 - \frac{6}{5}, x \in \mathbb{R}$ Legea de compoziție „$\circ$” fiind asociativă conform punctului b), avem $x \circ x \circ x = 25\left(x + \frac{6}{5}\right)^3 - \frac{6}{5}, x \in \mathbb{R}$	3p

	$25\left(x + \frac{6}{5}\right)^3 - \frac{6}{5} = -1 \Leftrightarrow 25\left(x + \frac{6}{5}\right)^3 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \left(x + \frac{6}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}, \text{ de unde } x = -1 \in \mathbb{Z}$	2p
--	---	-----------

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

a)	$x = -2$ și $x = 6$ puncte de extrem ale funcției $\Rightarrow f'(-2) = 0$ și $f'(6) = 0$ $f'(x) = \frac{bx^2 - 4x - 2a}{(bx - 2)^2}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{b}\right\}$ $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 4b + 8 - 2a = 0$ $f'(-6) = 0 \Leftrightarrow 36b - 24 - 2a = 0$ De unde se obține că $a = 6$ și $b = 1$	2p 3p
b)	Pentru $a = 6$ și $b = 1$ se obține $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{x - 2}, x \in \mathbb{R} - \{2\}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, deci funcția f nu are asimptotă orizontală spre $-\infty$ $m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 6x}{x^2 - 2x} = 1, n = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + 6x}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{x - 2} = 8$ deci $y = mx + n \Leftrightarrow y = x + 8$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției f	2p 3p
c)	Pentru $a = 6$ și $b = 1$ se obține $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 12}{(x - 2)^2}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R} - \{2\}$ $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -2] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, -2]$ $f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in [-2, 6] - \{2\} \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-2, 6] - \{2\} \Rightarrow$ $f(-2) = 2 \Rightarrow f(x) \leq 2$ pentru orice $x \in (-\infty, 2)$	2p 3p
2.a)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (3x^2 - 2x + 1) = 1, \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (e^{2x + \ln(x+1)}) = 1, f(0) = 1$, de unde se obține că funcția f este continuă în $x = 1$ Cum funcția f este continuă pe $[-2, 4] - \{0\}$, se obține că f este continuă pe $[-2, 4]$, deci f admite primitive pe $[-2, 4]$	3p 2p
b)	$g(x) = 3x^2 - 2x + 1, x \in [-2, 0)$, deci $G(x) = \int g(x) dx = x^3 - x^2 + x + c$, unde $c \in \mathbb{R}$ $G(-1) = -2 \Rightarrow -3 + c = -2 \Leftrightarrow c = 1$. Deci $G(x) = x^3 - x^2 + x + 1$	2p 3p
c)	Cum $F : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f , deci $F''(x) = e^{2x} (2x + 3), x \in [0, 4]$ $F''(x) > 0$ pentru orice $x \in [0, 4]$, deci funcția F este convexă pe $[0, 4]$	3p 2p