

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
Model decembrie 2025
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$a = \sqrt{11} + 3$ $3 < \sqrt{11} < 4 \Rightarrow 6 < 3 + \sqrt{11} < 7 \Rightarrow [a] = 6$	2p 3p
2.	$a_7 + a_8 + a_9 = 15 \Leftrightarrow a_1 + 7r = 5$ $S_{15} = (a_1 + 7r) \cdot 15 = 75$	3p 2p
3.	R - mulțime simetrică, $f(-x) = \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}\right) =$ $= \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)^{-1} = -f(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, rezultă că f este funcție impară.	3p 2p
4.	$T_{k+1} = C_{2025}^k \cdot (\sqrt{x})^{2025-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{2025}^k \cdot x^{\frac{2025-3k}{2}}$ $\frac{2025-3k}{2} = 0 \Rightarrow k = 675$. Termenul care nu îl conține pe x este $T_{676} = C_{2025}^{675}$.	3p 3p
5.	$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 3(a+1) + 6(a^2 - 2) = 0$ $a \in \left\{-\frac{3}{2}, 1\right\}$	3p 2p
6.	$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{1}{5}$ AM mediană, $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos B \Rightarrow AM = 2\sqrt{7}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$\det(A) = i^3 - i = -2i$ $i \det(A) = -2i^2 = 2$	3p 2p
b)	$B(x) = \begin{pmatrix} 1+xi & 0 & x \\ 0 & 1+xi & 0 \\ x & 0 & 1+xi \end{pmatrix}$ $\det(B(x)) = (1+xi)(1-2x^2+2xi)$. Cum $1+xi \neq 0$ și $1-2x^2+2xi \neq 0$ pentru orice număr real x , matricea $B(x)$ este inversabilă.	2p 3p

c)	$X = B(1) \cdot B(-1) =$	2p
	$= I_3 - A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2i \\ 0 & 2 & 0 \\ -2i & 0 & 1 \end{pmatrix}$	3p
2.a)	$2 * 4 = 2 \cdot 4 - \log_2 2 \cdot \log_2 4 =$	2p
	$= 8 - 2 = 6$	3p
b)	$x * 1 = x - \log_2 x \cdot 0 = x$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$	3p
	Cum $1 * x = x$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $e = 1$ este element neutru.	2p
c)	$n * \frac{1}{n} = 1 + \log_2^2 n$	2p
	$n * \frac{1}{n} \leq 5 \Leftrightarrow n \in \{1, 2, 3, 4\}$, $n = 4$ este cel mai mare număr care îndeplinește condiția	3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{3x+1}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2x} \right) = \ln \frac{3}{2}$	3p
	Dreapta de ecuație $y = \ln \frac{3}{2}$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f .	2p
b)	$a_{n+1} - a_n = \ln \frac{3n+4}{2n+2} - \ln \frac{3n+1}{2n} = \ln \frac{6n^2+8n}{6n^2+8n+2} < \ln 1$, pentru orice număr natural n , $n \geq 1$	3p
	$a_{n+1} - a_n < 0$, pentru orice număr natural n , $n \geq 1$, deci șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este descrescător.	2p
c)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2}{3n^2+2} \cdot e^{a_n} \right)^{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+n}{3n^2+2} \right)^{n+1} =$	3p
	$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{n-2}{3n^2+2} \right)^{\frac{3n^2+2}{n-2}} \right)^{\frac{n^2-n-2}{3n^2+2}} = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e}$	2p
2.a)	$\int f(\sqrt{x}) dx = \int e^{-x} dx =$	3p
	$= -e^{-x} + C = -\frac{1}{e^x} + C$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(\cos x) - F(1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x \cdot f(\cos x)}{2x} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-f(\cos x)}{2} = -\frac{1}{2} f(1) = -\frac{1}{2e}$	2p
c)	$g'(x) = F'(x) + f'(x) = f(x) + f'(x) = e^{-x^2} - 2xe^{-x^2} = (1-2x)e^{-x^2}$ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{2}$	3p

Pentru orice $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$, $g'(x) > 0 \Rightarrow g$ este strict crescătoare; pentru orice $x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$, $g'(x) < 0 \Rightarrow g$ este strict descrescătoare; $x_0 = \frac{1}{2}$ este singurul punct de extrem al funcției g .	2p
--	----