

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că numărul $a = \log_2 \sqrt{2 + \sqrt{2}} + \log_2 \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ este rațional. |
| 5p | 2. Arătați că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x + 7 \sin x$ este impară. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{5x-1} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{1-x} = 81$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale pare, de trei cifre, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(4,3)$. Determinați coordonatele punctului C , situat pe axa Oy , astfel încât $CA = CB$. |
| 5p | 6. Determinați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $BC = 8$ și $\cos A = \frac{3}{5}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & -a \\ -6a & 1+3a \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | a) Calculați $\det(A(1))$. |
| 5p | b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y+5xy)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | c) Determinați numărul natural n , știind că $A(n) \cdot A(n-2) = A(2)$. |
| 5p | 2. Se consideră polinomul $f = X^3 - aX^2 + 8X + 3$, unde $a \in \mathbb{R}$. |
| 5p | a) Arătați că $f(0) = 3$, pentru orice număr real a . |
| 5p | b) Pentru $a = -6$, arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $g = X^2 + 5X + 3$. |
| 5p | c) Demonstrați că, dacă $a \in (-4,4)$, atunci f nu are toate rădăcinile reale. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x^2+1}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f . |
| 5p | c) Demonstrați că $ f(x) - f(y) \leq 1$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x(x^2+1)}{x^4+1}$. |
| 5p | a) Arătați că $\int_0^3 (x^4 + 1) \cdot f(x) dx = \frac{99}{4}$. |
| 5p | b) Demonstrați că funcția $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x^2$ este o primitivă a funcției f . |
| 5p | c) Calculați $\int_0^1 xf(x^2) dx$. |