

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M₁ mate-info

Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 1 + i$. Arătați că $z^2 + \bar{z} - i = 1$, unde $\bar{z}$ reprezintă conjugatul numărului z .
- 5p 2. Fie $a \in \mathbb{R}$ și funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$ și $g(x) = 2x + a$. Determinați numărul real a pentru care $f \circ g = g \circ f$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(9x) + \log_x 3 = 4$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre produsul cifrelor acestuia să fie număr par.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1, 2)$ și dreapta d de ecuație $x - y - 3 = 0$. Determinați coordonatele punctului B , situat pe dreapta d , astfel încât $AB \perp d$.
- 5p 6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC știind că $AB = 6$ și $\angle C = \frac{2\pi}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & x \\ x & 1 & 2 \\ 2 & x & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $2A(1) - A(-1) = A(3)$.
- 5p b) Determinați numerele reale x și y pentru care are loc egalitatea:
 $A(x) + y \cdot I_3 = 2 \cdot (A(1) - I_3) \cdot (A(1) - I_3)$.
- 5p c) Arătați că rangul matricei $A(n)$ este egal cu 3, pentru orice număr natural n .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2x + ay - 3a$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Pentru $a = 1$, arătați că $3 * 4 = 7$.
- 5p b) Demonstrați că, dacă $2 * 1 = 0$, atunci $1 * 2 = 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a știind că legea de compoziție admite element neutru.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2 - \ln(x+1)}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$.
- 5p b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție al graficului cu axa Oy .
- 5p c) Demonstrați că $5^{\sqrt{6}} < 6^{\sqrt{5}}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x^3$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$.
- 5p b) Calculați aria suprafeței mărginită de graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$, $x = e$, unde $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)-1}{x^4} \ln x$.
- 5p c) Arătați că $(3n+4) \int_0^1 f^{n+1}(x) dx = 3(n+1) \int_0^1 f^n(x) dx$ pentru orice număr natural nenul n .