

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 3^2 - \sqrt{5}^2 = 9 - 5 = 4 =$ $= 1 + 3 = \sqrt{5}^0 + \log_2 8$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ cu soluțiile $x_1=2$ și $x_2=5$. Distanța dintre punctele A(2,0) și B(5,0) este $AB= 5-2 =3$.	3p 2p
3.	Ecuția $2 + \sqrt{x+3} = 5$ conduce la $\sqrt{x+3} = 3$, de unde $x+3 = 3^2$ $x = 6$ care convine.	3p 2p
4.	Ca să fie număr par, cifra unităților trebuie să fie 2 sau 4. Dacă 2 este ultima cifră, putem scrie 6 astfel de numere, Dacă ultima cifră este 4, găsim încă 6 numere de forma cerută. În total, 12 numere.	3p 2p
5.	Ecuția dreptei AB este $x + y = 0$. Punând condiția $C(4,a) \in AB$ se poate scrie $4 + a = 0$ și obținem $a = -4$.	3p 2p
6.	Din teorema sinusurilor rezultă că $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow \frac{6}{\sin A} = 2 \cdot 5$ deci $\sin A = \frac{6}{2 \cdot 5} = \frac{3}{5}$.	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. a)	$A + I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + I_2) = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - (-1) \cdot 2 =$ $= 2 + 2 = 4$.	3p 2p
b)	$\det(B(n) - n \cdot A) = \begin{vmatrix} -1 & 2-2n \\ n-3 & n+1 \end{vmatrix} = 2n^2 - 9n + 5$. $\det B(2) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} = 9$. Egalând, găsim $2n^2 - 9n + 5 = 9 - 2n$, adică $2n^2 - 7n - 4 = 0$ cu soluțiile $-\frac{1}{2}$ și 4, deci numărul natural cerut este $n = 4$.	2p 3p
c)	Înmulțind relația $A^{-1} \cdot M = I_2 - A$ cu A , la stânga, obținem $M = A - A^2$ $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ și, apoi, $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.	2p 3p

2. a)	$4 \circ \frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{1}{4} - 4 \left(4 + \frac{1}{4} \right) + 20 =$ $= 1 - 17 + 20 = 4.$	3p 2p
b)	$x \circ e = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow xe - 4(x + e) + 20 = x \Rightarrow (x - 4)e = 5(x - 4) \Rightarrow e = 5$ $e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e = 5,$ deci $e = 5$ este elementul neutru al legii.	2p 3p
c)	$x \circ x = x^2 - 8x + 20 = x^2 - 8x + 16 + 4 =$ $= (x - 4)^2 + 4 \geq 4, \forall x \in \mathbb{R}.$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)' = \frac{(x^2 + 1)' \cdot x^2 - (x^2 + 1) \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2 + 1) \cdot 2x}{x^4} =$ $= \frac{-2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}.$	3p 2p
b)	$g(x) = \frac{x^3 \cdot f'(x)}{f(x)} = \frac{x^3 \cdot \left(-\frac{2}{x^3} \right)}{\frac{x^2 + 1}{x^2}} = \frac{-2x^2}{x^2 + 1}$ și $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^2}{x^2 + 1} = -2 \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow y = -2$ este ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției g .	3p 2p
c)	f este strict descrescătoare dacă $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{x^3} < 0$ Deoarece $-2 < 0$, inegalitatea are loc atunci când $x \in (0, \infty)$. Deci f este strict descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.	2p 3p
2.a)	$\int_1^3 x \cdot f(x) dx = \int_1^3 x \cdot \left(x + \frac{2}{x} \right) dx = \int_1^3 (x^2 + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big _1^3 =$ $= \left(\frac{3^3}{3} + 2 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1^3}{3} + 2 \cdot 1 \right) = \frac{38}{3}.$	3p 2p
b)	$\int_1^e (f(x) - x) \cdot \ln x dx = \int_1^e \frac{2}{x} \cdot \ln x dx = 2 \int_1^e (\ln x)' \cdot \ln x dx = 2 \cdot \frac{(\ln x)^2}{2} \Big _1^e =$ $= (\ln x)^2 \Big _1^e$ $= (\ln e)^2 - (\ln 1)^2 = 1^2 - 0^2 = 1.$	3p 2p
c)	Aria = $\int_1^a f(x) dx = \int_1^a \left(x + \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2 \ln x \right) \Big _1^a =$ $\left(\frac{a^2}{2} + 2 \ln a \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 2 \ln 1 \right) = \frac{a^2 - 1}{2} + 2 \ln a.$ $\frac{a^2 - 1}{2} + 2 \ln a = 2(6 + \ln a) \Leftrightarrow \frac{a^2 - 1}{2} = 12 \Leftrightarrow a^2 = 25,$ de unde soluția care convine este $a = 5$.	3p 2p