

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a = \log_2 \sqrt{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \log_2 \sqrt{2} =$ $= \frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$	3p 2p
2.	$f(-x) = (-x)^3 + (-x) + 7 \sin(-x) = -x^3 - x - 7 \sin x =$ $-(x^3 + x + 7 \sin x) = -f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci funcția f este impară	2p 3p
3.	$3^{5x-1} \cdot 3^{-3+3x} = 81 \Leftrightarrow 3^{8x-4} = 3^4 \Leftrightarrow 8x - 4 = 4$ $x = 1$	3p 2p
4.	Cifra unităților se poate alege în trei moduri 0, 2 sau 4. Cifra zecilor se poate alege în șase moduri, cifra sutelor se poate alege în cinci moduri, deci se pot forma $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$ de numere	2p 3p
5.	$C \in Oy \Rightarrow x_C = 0$ $CA = CB \Leftrightarrow (2-0)^2 + (5-y_C)^2 = (4-0)^2 + (3-y_C)^2$, de unde $y_C = 1$	2p 3p
6.	$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25}$ și, cum $\sin A > 0$, obținem $\sin A = \frac{4}{5}$ $\frac{BC}{\sin A} = 2R$, de unde $R = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 4 \end{vmatrix} =$ $= 12 - 6 = 6$	2p 3p
b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+2x & -x \\ -6x & 1+3x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+2y & -y \\ -6y & 1+3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2x+2y+10xy & -x-y-5xy \\ -6x-6y-30xy & 1+3x+3y+15xy \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+2(x+y+5xy) & -(x+y+5xy) \\ -6(x+y+5xy) & 1+3(x+y+5xy) \end{pmatrix} = A(x+y+5xy)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
c)	$A(n) \cdot A(n-2) = A(2) \Leftrightarrow A(5n^2 - 8n - 2) = A(2) \Leftrightarrow$ $5n^2 - 8n - 2 = 2 \Leftrightarrow 5n^2 - 8n - 4 = 0$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 2$	3p 2p

2.a)	$f(0) = 0^3 - a \cdot 0^2 + 8 \cdot 0 + 3 =$ $= 0 - 0 + 0 + 3 = 3$, pentru orice număr real a	2p 3p
b)	$a = -6 \Rightarrow f = X^3 + 6X^2 + 8X + 3$. Se știe că dacă $r = 0 \Rightarrow f : g$ Calcularea restului r prin algoritmul de împărțire a lui f la g	2p 3p
c)	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = a^2 - 16$ Presupunem că f are toate rădăcinile reale, de unde rezultă $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 0$. Din $a \in (-4, 4) \Rightarrow a^2 - 16 < 0 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 0$, contradicție, de unde rezultă că f nu are toate rădăcinile reale	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(x^2 - x + 1)' \cdot (x^2 + 1) - (x^2 - x + 1) \cdot (x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2}$ $= \frac{(2x - 1)(x^2 + 1) - (x^2 - x + 1)2x}{(x^2 + 1)^2} =$ $= \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(0) = 1, f'(0) = -1$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = -x + 1$	2p 3p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, -1]$ $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-1, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-1, 1]$ $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1, f(-1) = \frac{3}{2}, f(1) = \frac{1}{2}$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$, deci $\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{3}{2}$ și $-\frac{3}{2} \leq -f(y) \leq -\frac{1}{2}$, de unde obținem $-1 \leq f(x) - f(y) \leq 1$, adică $ f(x) - f(y) \leq 1$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
2.a)	$\int_0^3 (x^4 + 1) \cdot f(x) dx = \int_0^3 (x^3 + x) dx = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^3 =$ $= \frac{81}{4} + \frac{9}{2} = \frac{99}{4}$	3p 2p
b)	$F'(x) = \left(\frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{1}{2} \arctg x^2 \right)' = \frac{1}{4} \cdot \frac{(x^4 + 1)'}{x^4 + 1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2)'}{(x^2)^2 + 1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4x^3}{x^4 + 1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{x^4 + 1} =$ $= \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} = \frac{x(x^2 + 1)}{x^4 + 1} = f(x), \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci } F \text{ este o primitivă a funcției } f.$	3p 2p
c)	$\int_0^1 x f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x^2) \cdot (x^2)' dx = \frac{1}{2} F(x^2) \Big _0^1 = \frac{1}{2} F(1) - \frac{1}{2} F(0)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \ln 2 + \frac{1}{2} \arctg 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \ln 1 + \frac{1}{2} \arctg 0 \right) = \frac{2 \ln 2 + \pi}{16}$	3p 2p