

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_mate-info
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 7 mai 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematica-informatica

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1+i)^2 + (1-i) - i = 1 + 2i + i^2 + 1 - 2i$ $1+2i-1+1-2i=1$	3p 2p
2.	$(f \circ g)(x) = 3g(x) + 2 = 3(2x + a) + 2 = 6x + 3a + 2$ și $(g \circ f)(x) = 2f(x) + a = 2(3x + 2) + a = 6x + 4 + a$ $f \circ g = g \circ f \Rightarrow 6x + 3a + 2 = 6x + 4 + a, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 1$	2p 3p
3.	$\log_3 9 + \log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} = 4, \log_3 x = t$ și ecuația $2 + t + \frac{1}{t} = 4$ $\log_3 x = 1$, de unde $x = 3$ care convine.	3p 2p
4.	Numărul cazurilor posibile este numărul numerelor de două cifre, respectiv 90 Numărul cazurilor nefavorabile este numărul numerelor de două cifre scrise cu cifre impare respectiv 25 de unde numărul cazurilor favorabile este $90-25=65$ $P = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}$	2p 3p
5.	$B(a, b) \in d \Rightarrow b = a - 3$ $C(0, -3), D(3, 0) \in d \Rightarrow$ un vector director pentru dreapta d este $\overrightarrow{CD} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ $AB \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow [(a-1)\vec{i} + (a-5)\vec{j}] \cdot (3\vec{i} + 3\vec{j}) = 0$ $3(a-1) + 3(a-5) = 0 \Rightarrow a = 3$ de unde obținem că B are coordonatele $(3, 0)$	2p 3p
6.	$\sin(\frac{2\pi}{3}) = \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{AB}{\sin C} = 2R$ de unde $R = 2\sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A(-1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ Verificarea relației cerute.	2p 3p
b)	$2(A(1) - I_3)(A(1) - I_3) = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 8 \\ 8 & 8 & 2 \\ 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}, A(x) + yI_3 = \begin{pmatrix} 1+y & 2 & x \\ x & 1+y & 2 \\ 2 & x & 1+y \end{pmatrix}$ Rezultă $y = 7$ și $x = 8$	3p 2p
c)	$\det A(n) = (n+3)(n^2 - 3n + 3), \det A(n) = 0 \Leftrightarrow n = -3$ $\det A(n) \neq 0$ pentru orice număr natural, deci $\text{rang } A(n) = 3$.	3p 2p

2. a)	Pentru $a=1$ avem $x * y = xy - 2x + y - 3$	2p
	$3 * 4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + 4 - 3$ $= 12 - 6 + 4 - 3 = 7$	3p
b)	$2 * 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + a \cdot 1 - 3a = 0 \Rightarrow a = -1$	3p
	$x * y = xy - 2x - y + 3$ și $1 * 2 = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 2 + 3 = 1$	2p
c)	Fie e elementul neutru. Atunci $x * e = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow xe - 2x + ae - 3a = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $(e - 3)x + ae - 3a = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e - 3 = 0$ și $ae - 3a = 0 \Rightarrow e = 3$	2p
	$3 * x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x - 2 \cdot 3 + ax - 3a = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2 + a)(x - 3) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow a = -2$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{\ln'(x+1) \cdot \sqrt{x+1} - \ln(x+1) \cdot (\sqrt{x+1})'}{(\sqrt{x+1})^2} = \frac{\frac{\sqrt{x+1}}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}$	3p
	$f'(x) = \frac{2 - \ln(x+1)}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$	2p
b)	$x_0 = 0, f'(0) = 1, f(0) = 0$ Ecuația tangentei este: $y = x$	3p
		2p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = e^2 - 1, f$ este strict crescătoare pe $(-1, e^2 - 1]$ și f este strict descrescătoare pe $[e^2 - 1, +\infty)$	2p
	$f(4) < f(5) \Leftrightarrow \frac{\ln(5)}{\sqrt{5}} < \frac{\ln(6)}{\sqrt{6}},$ de unde $\sqrt{6}\ln 5 < \sqrt{5}\ln 6,$ de unde rezultă inegalitatea cerută.	3p
2.a)	$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 (1 - x^3) dx = \left(x - \frac{x^4}{4} \right) \Big _{-1}^1$	3p
	$\left(1 - \frac{1}{4} \right) - \left(-1 - \frac{1}{4} \right) = 1 - \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} = 2$	2p
b)	$A = \int_1^e g(x) dx = \int_1^e \left \frac{-1}{x} \ln x \right dx = \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx = \frac{1}{2} (\ln x)^2 \Big _1^e$	3p
	$= \frac{1}{2} (\ln e)^2 - \frac{1}{2} (\ln 1)^2 = \frac{1}{2}$	2p
c)	$\int_0^1 f^{n+1}(x) dx = \int_0^1 (1 - x^3)^{n+1} dx = x(1 - x^3)^{n+1} \Big _0^1 - \int_0^1 x \cdot (n+1)(1 - x^3)^n \cdot (-3x^2) dx =$	3p
	$= 0 - (3n+3) \int_0^1 (1 - x^3)^n (1 - x^3 - 1) dx = -(3n+3) \int_0^1 \left[(1 - x^3)^{n+1} - (1 - x^3)^n \right] dx =$	
	$= -(3n+3) \left[\int_0^1 (1 - x^3)^{n+1} dx - \int_0^1 (1 - x^3)^n dx \right]$	2p
	Prin urmare $\int_0^1 f^{n+1}(x) dx = -(3n+3) \int_0^1 f^{n+1}(x) dx + (3n+3) \int_0^1 f^n(x) dx,$ de unde rezultă concluzia.	