

**Examenul național de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică  $M_{\text{tehnologic}}$** 
**Simulare județeană 12.05.2025**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**
**(30 puncte)**

- 5p 1) Determinați al treilea termen al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că  $b_1 = \sqrt{2}$  și  $b_2 = 2$ .
- 5p 2) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a+1) = 2a$ .
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{3x+4} = 3^{x^2}$ .
- 5p 4) Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor de o cifră,  $n^2$  să fie un număr natural de două cifre.
- 5p 5) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră rombul  $ABCD$  cu  $A(3,0)$  și  $B(0,4)$ . Calculați perimetrul rombului  $ABCD$ .
- 5p 6) Se consideră expresia  $E(x) = \sin x - \cos x + \sin 2x$ . Arătați că  $E\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**
**(30 puncte)**

- 5p 1) Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & -1 \\ 1 & 1-a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(A(0)) = 0$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $A(a)A(a) = 3I_2$ .
- 5p c) Determinați  $X \in M_2(\mathbb{R})$  pentru care  $(A(2) - I_2)X = A(2) + I_2$ .
- 2) Se consideră polinomul  $f = X^3 - mX^2 + 2X + 2$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $f(0) = 2$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p b) Arătați că  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -1$ , pentru orice număr real  $m$ , unde  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $m$  pentru care polionmul  $f$  este divizibil cu polinomul  $X + 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 puncte)**

- 1) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 6(x-1)(x-2), x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .

5p c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2x^3 - 4}{f'(x)} = 1$ .

2) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1 + e^x$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^2 (f(x) - e^x) dx = 6$ .

5p b) Determinați numărul real pozitiv  $a$  dacă  $\int_0^1 (e^x + 2)f(x) dx = \frac{(1+e)(a+e)}{2}$ .

5p c) Calculați aria suprafeței delimitată de graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x(f(-x) + 2x)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuație  $x = 0$  și  $x = 1$ .