

**Examenul național de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică *M\_șt-nat***
*Simulare județeană 12.05.2025*
**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**
**(30 puncte)**

- 5p 1) Determinați al patrulea termen al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că  $b_1 = 1 - \sqrt{2}$  și  $b_2 = -1$ .
- 5p 2) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 5x + 1$ . Determinați suma absciselor punctelor în care graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$ .
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x-1} + 3^x = 2^{x+2} - 2^x$ .
- 5p 4) Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{A_5^3, 2 \cdot C_4^2, P_3\}$  acesta să fie divizibil cu 6.
- 5p 5) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră rombul  $ABCD$  cu centrul în punctul  $O$  și  $A(-1, -2)$ . Determinați ecuația diagonalei  $BD$ .
- 5p 6) În triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 6$ ,  $AC = 3\sqrt{3}$  și  $B = \frac{\pi}{3}$ . Calculați măsura unghiului  $C$ .

**SUBIECTUL al II-lea**
**(30 puncte)**

- 5p 1) Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & 2-a \\ a-2 & 1-a \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{C}$ .
- 5p a) Arătați că  $A(a) - A(-a) = 2a \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , pentru orice număr complex  $a$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $m$  și  $n$  pentru care  $\det(A(i)) = m + ni$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$  știind că există cel puțin două matrice  $X \in M_2(\mathbb{C})$  pentru care  $A(a)A(a)X = A(2)A(2) - I_2$ .
- 2) Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = 2X^3 + X - 3$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Calculați  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$  pentru care polinomul  $f$  este divizibil cu polinomul  $X - a$ .
- 5p c) Calculați determinantul  $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 puncte)**

- 1) Se consideră funcția  $f : (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln \frac{2x}{x-3}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = -\frac{3}{x(x-3)}, x \in (3, \infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f$  **nu** este surjectivă.
- 2) Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1 + e^{2x-1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^2 (f(x) - e^{2x-1}) dx = 2$ .
- 5p b) Calculați  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \left( \frac{f(x) + 2 - 2x}{f(x)} \right) dx$ .
- c) Determinați numărul real pozitiv  $a$  știind că suprafața delimitată de graficul funcției  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 (f(x) - 2x + 1)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuație  $x = \frac{1}{2}, x = a$ , are aria egală cu  $\frac{10e^{2a-1} - 1}{8}$ .
- 5p