

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Simulare județeană 12.05.2025

Filia teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filia vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 1 + i$, unde $i^2 = -1$. Arătați că modulul numărului $n = z \cdot \bar{z} + 2z + 3\bar{z}$ este $5\sqrt{2}$, unde $\bar{z}$ reprezintă conjugatul numărului complex z .
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(f \circ f)(x) = f^2(x)$.
- 5p 3. Determinați numărul real strict pozitiv x pentru care $\log_2 \sqrt{x}$, $\log_2 8$ și $\log_4(4x^4)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie multiplu al lui 7.
- 5p 5. Se consideră pătratul $ABCD$ cu latura $AB = 2$. Calculați $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$.
- 5p 6. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b = \frac{\pi}{6}$. Arătați că $\sin(a - b) + \cos(2b) - \sqrt{3} \sin(2a) = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 5p 1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n(n+1, n^2+1)$, unde $n \in \mathbb{N}$ și $O(0,0)$.
- 5p a) Determinați ecuația dreptei A_1A_2 .
- 5p b) Știind că m, n, p sunt numere naturale distincte două câte două, arătați că punctele A_m, A_n, A_p sunt necoliniare.
- 5p c) Determinați numărul natural nenul n astfel încât aria triunghiului OA_nA_{n+1} să fie minimă.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 4X + m$, unde m este un număr real.
- 5p a) Pentru $m = -5$, arătați că polinomul f este divizibil cu $X + 1$.
- 5p b) Determinați numărul real m , știind că polinomul f are o rădăcină dublă reală.
- 5p c) Pentru $m = 4$, determinați numărul $a = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1)(2x_3 - 1)(2x_4 - 1)$, unde x_1, x_2, x_3 și x_4 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1) \cdot e^{\frac{1}{x}}}{x}$, $x \in (0, \infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați valorile numărului real m pentru care ecuația $f'(x) = m$ are soluție unică.

2. Se consideră funcțiile $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = (1-x)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Calculați $\int_0^1 f_2(x) dx$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 x f_{2024}(x) dx = \frac{1}{2025 \cdot 2026}$.

5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n\left(\frac{x}{n}\right) dx$.