

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_{st-nat}
Simulare județeană 12.05.2025
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$q = \frac{b_2}{b_1} = 1 + \sqrt{2}$ este rația progresiei geometrice	3p
	$b_4 = b_3 q = -(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1) = -3 - 2\sqrt{2}$	2p
2.	Cum $\Delta > 0$, dacă x_1 și x_2 sunt abscisele punctelor în care graficul funcției f intersectează axa Ox atunci ele sunt soluțiile ecuației $-x^2 + 5x + 1 = 0$	3p
	$x_1 + x_2 = -\frac{5}{-1} = 5$	2p
3.	Ecuația este echivalentă cu $3^x \left(\frac{1}{3} + 1 \right) = 2^x (4 - 1)$	3p
	$\left(\frac{3}{2} \right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$ care convine	2p
4.	$A_5^3 = 60 : 6, 2 \cdot C_4^2 = 12 : 6, P_3 = 6 : 6$ deci sunt 3 cazuri favorabile	3p
	Probabilitatea este $\frac{3}{3} = 1$	2p
5.	$BD \perp OA \Leftrightarrow m_{BD} \cdot m_{OA} = -1$	2p
	Cum $m_{OA} = 2$, ecuația diagonalei BD este $y = -\frac{x}{2}$	3p
6.	Din teorema sinusurilor avem $\frac{3\sqrt{3}}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{6}{\sin C}$	3p
	Se obține $\sin C = 1 \Rightarrow C = \frac{\pi}{2}$	2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$A(a) - A(-a) = \begin{pmatrix} a-1 & 2-a \\ a-2 & 1-a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a-1 & 2+a \\ -a-2 & 1+a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & -2a \\ 2a & -2a \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2a & -2a \\ 2a & -2a \end{pmatrix} = 2a \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	3p 2p
b)	$A(i) = \begin{pmatrix} i-1 & 2-i \\ i-2 & 1-i \end{pmatrix}, \det(A(i)) = -(1-i)^2 + (2-i)^2 = 3-2i$ $m+ni = 3-2i, m, n \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m=3, n=-2$	3p 2p
c)	$A(a)A(a) = \begin{pmatrix} 2a-3 & 0 \\ 0 & 2a-3 \end{pmatrix}, A(2)A(2) = I_2, (2a-3)X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ Pentru $a = \frac{3}{2}$ ecuația are cel puțin două soluții	3p 2p
2.a)	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 3$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{4}$	3p 2p
b)	$f \text{ este divizibil cu polinomul } X-a \Leftrightarrow f(a) = 0 \Leftrightarrow 2a^3 + a - 3 = 0$ $(a-1)(2a^2 + 2a + 3) = 0 \Rightarrow a=1 \text{ singura soluție reală}$	2p 3p
c)	Din relațiile lui Viète avem $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} = (x_1 + x_2 + x_3) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_3 \\ 1 & x_3 & x_1 \\ 1 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\ln \frac{2x}{x-3} \right)' = \frac{x-3}{2x} \cdot \frac{2x-6-2x}{(x-3)^2}$ $f'(x) = -\frac{3}{x(x-3)}, x \in (3, \infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{2x}{x-3} = \ln \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x \left(1 - \frac{3}{x}\right)} = \ln 2$ $y = \ln 2$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p

c)	Cum $f'(x) < 0$ pentru orice $x \in (3, \infty)$, f este strict descrescătoare pe $(3, \infty)$ $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = \infty$ și $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \ln 2$. Cum f este continuă pe $(3, \infty)$ avem $\text{Im } f = (\ln 2, \infty) \neq \mathbb{R}$ deci funcția f nu este surjectivă	2p 3p
2.a)	$\int_0^2 (f(x) - e^{2x-1}) dx = \int_0^2 (2x-1) dx = (x^2 - x) \Big _0^2 =$ $= 4 - 2 = 2$	2p 3p
b)	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{f(x) + 2 - 2x}{f(x)} \right) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{e^{2x-1} + 1}{f(x)} \right) dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{f'(x)}{f(x)} \right) dx = \frac{1}{2} \ln(f(x)) \Big _{\frac{1}{2}}^1 =$ $= \frac{1}{2} \ln(1+e)$	3p 2p
c)	$A = \int_{\frac{1}{2}}^a g(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^a (x^2 e^{2x-1}) dx = \frac{e^{2x-1}}{2} \left(x^2 - x + \frac{1}{2} \right) \Big _{\frac{1}{2}}^a =$ $= \frac{e^{2a-1}}{2} \left(a^2 - a + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{8}$ $\frac{e^{2a-1}}{2} \left(a^2 - a + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{8} = \frac{10e^{2a-1} - 1}{8} \Leftrightarrow \frac{e^{2a-1}}{2} \left(a^2 - a + \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \right) = 0 \Leftrightarrow a = 2$	3p 2p