

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
Simulare județeană 12.05.2025
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$\bar{z} = 1 - i$, $n = (1 + i)(1 - i) + 2(1 + i) + 3(1 - i) = 7 - i$ $ n = 7 - i = 5\sqrt{2}$	3p 2p
2.	$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = 4x - 3$, $f^2(x) = 4x^2 - 4x + 1$ $4x^2 - 4x + 1 = 4x - 3$, de unde $x = 1$	2p 3p
3.	$\log_2 \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_2 x$, $\log_4(4x^4) = 1 + 2 \log_2 x$ $3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \log_2 x + 1 + 2 \log_2 x \right) \Rightarrow \log_2 x = 2$, de unde $x = 4$, care convine	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile. În mulțimea numerelor naturale de trei cifre, numerele $7 \cdot 15, 7 \cdot 17, \dots, 7 \cdot 142$ sunt multiplii ai lui 7, deci sunt 128 de cazuri favorabile. Probabilitatea este $P = \frac{32}{225}$	2p 3p
5.	$BD = 2\sqrt{2}$ $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = BA \cdot BD \cdot \cos(\angle ABD) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = 4$	2p 3p
6.	$b = \frac{\pi}{6} - a \Rightarrow \sin(a - b) = \frac{\sqrt{3} \sin(2a) - \cos(2a)}{2}$ $\cos(2b) = \frac{\sqrt{3} \sin(2a) + \cos(2a)}{2}$ $\sin(a - b) + \cos(2b) - \sqrt{3} \sin(2a) = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$A_1(2, 2), A_2(3, 5)$ $A_1 A_2 : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Ecuația dreptei $A_1 A_2$ este: $3x - y - 4 = 0$	2p 3p
b)	$\begin{vmatrix} m+1 & m^2+1 & 1 \\ n+1 & n^2+1 & 1 \\ p+1 & p^2+1 & 1 \end{vmatrix} = (m-n)(n-p)(p-m)$	3p

	$(m-n)(n-p)(p-m) \neq 0$ pentru orice m, n, p numere naturale distincte două câte două, de unde rezultă că punctele A_m, A_n, A_p sunt necoliniare	2p
c)	$A_{\Delta O A_n A_{n+1}} = \frac{1}{2} \cdot \Delta $, unde $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ n+1 & n^2+1 & 1 \\ n+2 & n^2+2n+2 & 1 \end{vmatrix}$	2p
	$A_{\Delta O A_n A_{n+1}} = \frac{n^2+3n}{2}$ este minimă pentru $n=1$	3p
2.a)	f este divizibil cu $X+1 \Leftrightarrow f(-1)=0$	2p
	$f = X^4 - 4X - 5 \Rightarrow f(-1) = 1 - 4(-1) - 5 = 0$	3p
b)	α rădăcină dublă $\Rightarrow f(\alpha) = f'(\alpha) = 0$, $f'(x) = 4x^3 - 4 \Rightarrow \alpha = 1$	3p
	$f(1) = -3 + m$, de unde $m = 3$	2p
c)	$a = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1)(2x_3 - 1)(2x_4 - 1) = 2^4 \left(\frac{1}{2} - x_1\right)\left(\frac{1}{2} - x_2\right)\left(\frac{1}{2} - x_3\right)\left(\frac{1}{2} - x_4\right) = 16f\left(\frac{1}{2}\right)$	3p
	$f = X^4 - 4X + 4 \Rightarrow a = 33$	2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = e^{\frac{1}{x}} + x \cdot e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x} =$	3p
	$= e^{\frac{1}{x}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \frac{(x-1) \cdot e^{\frac{1}{x}}}{x}, x \in (0, \infty)$	2p
b)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x \cdot e^{\frac{1}{x}}\right) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)}{-\frac{1}{x^2}} = +\infty$	3p
	Dreapta de ecuație $x=0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	2p
c)	Fie $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f'(x)$ și ecuația $g(x) = m$	2p
	$g'(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$, pentru orice $x \in (0, \infty)$, $g'(x) > 0$, deci g este strict crescătoare pe $(0, \infty)$ $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1$, g este continuă pe $(0, \infty)$, atunci ecuația $g(x) = m$ are soluție unică pentru $m \in (-\infty, 1)$	3p
2.a)	$\int_0^1 f_2(x) dx = \int_0^1 (1-x)^2 dx = -\frac{(1-x)^3}{3} \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{1}{3}$	2p
b)	$\int_0^1 x f_{2024}(x) dx = \int_0^1 x(1-x)^{2024} dx = \int_0^1 (-1)(1-x-1)(1-x)^{2024} dx = \int_0^1 \left[(1-x)^{2024} - (1-x)^{2025}\right] dx =$	3p

	$= -\frac{(1-x)^{2025}}{2025} \Big _0^1 + \frac{(1-x)^{2026}}{2026} \Big _0^1 = \frac{1}{2025 \cdot 2026}$	2p
c)	$\int_0^1 \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n dx = -n \cdot \frac{\left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 = \frac{-n}{n+1} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n+1} + \frac{n}{n+1}$	2p
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{-n}{n+1} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n+1} + \frac{n}{n+1} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n}{n+1} \left[\left(1 + \frac{-1}{n}\right)^{-n} \right]^{\frac{n+1}{-n}} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = \frac{-1}{e} + 1 = \frac{e-1}{e}$	3p