Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt_nat*

Model aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\log_{2024}1012-\log_{2024}\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\sqrt[3]{0,008}+\sqrt{0,09}\right)=1$.
5p	**2.** Determinați numărul real m știind că punctul $V(a,a)$, $a\in R$, este vârful parabolei asociată funcției $f:R\to R,\ f(x)=2x^2-4x+m$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(3^{x+1}+2^x\right)^2-9=6^{x+1}+4^x$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6\}$, expresia $(1+i)^n$ să **nu** fie număr real, unde $i^2=-1$.
5p	**5.** Determinați ecuația laturii BC a triunghiului ABC știind că $A(0,2), B(2,1), G(2,0)$, unde G este centrul de greutate al triunghiului.
5p	**6.** Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)$ este număr întreg, dacă $E(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin(\pi-x)+2\sin(x-2\pi)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

	1) Se consideră matricele $M(x)=\begin{pmatrix}1-2x & -2x\\ 2x & 1+2x\end{pmatrix}$, $x\in R$.
5p	**a)** Arătați că $\det(M(x))=1$, pentru orice număr real x.
5p	**b)** Determinați numărul real p, pentru care $M\left(\sqrt{2-p}\right)\cdot M\left(\sqrt{2+p}\right)=M(2)$.
5p	**c)** Determinați $X\in M_2(R)$, pentru care $M(-2)\cdot X\cdot M(3)=M(-3)\cdot M(2)$.
	2) Pentru $n\in N^*$, se consideră polinomul $f_n=(1-X)^n+nX^n-n$.
5p	**a)** Arătați că $f_n(1)=0$, pentru orice număr natural nenul n.
5p	**b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f_3 la polinomul f_2.
5p	**c)** Calculați $E=5(x_1+x_2+x_3)(x_1+x_2+x_4)(x_1+x_3+x_4)(x_4+x_2+x_3)$, unde x_1,x_2,x_3,x_4 sunt rădăcinile polinomului f_4.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

	1) Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to R,\ f(x)=\frac{1}{x+1}+arctgx$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2x}{(x+1)^2\left(x^2+1\right)}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că $arctg(x+1)\geq\frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

2) Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to R,\ f(x)=\ln\left(1+\sqrt{x}\right)+\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 x\left(f(x)-\ln\left(1+\sqrt{x}\right)\right)dx=\frac{2}{5}$.

5p **b)** Determinați numărul real a, $a>1$ pentru care aria suprafeței mărginită de axa Ox, graficul funcției $g:[0,+\infty)\to R,\ g(x)=f\left(\left(e^x-1\right)^2\right)$ și dreptele verticale $x=1$ și $x=a$ este e^a-e+2.

5p **c)** Arătați că $\int_1^4 \frac{f(x)-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2x}dx=\frac{1}{2}\ln 6\ln\frac{3}{2}$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro