



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2024

Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*
Aprilie 2024

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze modulul numărului complex $\frac{\sqrt{3}-i}{2i-1}$.
- 5p 2. Determinați termenul care îl conține pe x^8 din dezvoltarea $(\sqrt[4]{x} + \sqrt{x})^{20}$.
- 5p 3. Să se determine imaginea intervalului $[2,3]$ prin funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
- 5p 4. Într-o urmă sunt 5 bile albe și 2 bile roșii. Se extrag, pe rând, 2 bile din urnă, fără repunere. Care este probabilitatea de a extrage mai întâi o bilă albă și apoi o bilă roșie?
- 5p 5. În sistemul de coordonate cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-3,-1)$, $C(3,0)$. Aflați distanța de la punctul C la dreapta AB .
- 5p 6. Să se rezolve în mulțimea $[0, 2\pi]$ ecuația $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Fie sistemul
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - y + z = m \\ nx + y - 2z = 4 \end{cases}$$
, unde $m, n \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Determinați m și n pentru care sistemul admite soluția $x_0 = 2, y_0 = 2, z_0 = 1$.
- 5p b) Determinați numărul real n pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) Determinați numerele reale m și n pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.
2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = 3X^4 - 2X^3 + X^2 + aX - 1$ cu $a \in \mathbb{R}$ și rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.
- 5p a) Calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$
- 5p b) Determinați valorile parametrului real a astfel ca restul împărțirii polinomului f la $(X-1)^2$ să fie egal cu $2X-7$.
- c) Arătați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.



SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

5p

a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p

b) Determinați asimptota la graficul funcției pentru $x \rightarrow +\infty$.

5p

c) Determinați punctele de inflexiune ale graficului funcției.

2. Se consideră funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

5p

a) Calculați $\int_0^1 xf(x) dx$.

5p

b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției f în jurul axei Ox .

5p

c) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$.