EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2024
Proba E.c)
Matematică M_*șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Aprilie 2024

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left\|\frac{\sqrt{3}-i}{2i-1}\right\|=\frac{\left\|\sqrt{3}-i\right\|}{\left\|-1+2i\right\|}=$ $\frac{\sqrt{\sqrt{3}^2+(-1)^2}}{\sqrt{(-1)^2+2^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.	2p 3p
2.	$T_{k+1}=C_{20}^{k}x^{\frac{20-k}{4}}\cdot x^{\frac{k}{2}}$ și, ținând cont de condițiile din ipoteză, se rezolvă ecuația $x^{\frac{20-k}{4}}\cdot x^{\frac{k}{2}}=x^8$; $\frac{20-k}{4}+\frac{k}{2}=8\Leftrightarrow 20-k+2k=32\Leftrightarrow k=12$. Prin urmare $T_{13}=C_{20}^{12}x^8$.	2p 3p
3.	Funcția f pe intervalul este strict crescătoare pe $[2,+\infty)$, în $x_V=-\frac{b}{2a}=2$ atingându-se valoarea minimă $f(2)=-1$. $f(\ 2,3\ )=\ f(2), f(3)\ =\ -1,0$.	2p 3p
4.	Notăm cu P_a probabilitatea extragerii unei bile albe și cu P_r probabilitatea extragerii unei bile roșii. Astfel se va obține: $P_a=\frac{5}{7}, P_r=\frac{2}{6}$, iar probabilitatea de a extrage mai întâi o bilă albă și apoi o bilă roșie, fără repunere, va fi $P=\frac{5}{7}\cdot\frac{2}{6}=\frac{10}{42}=\frac{5}{21}$.	3p 2p
5.	Ecuația dreptei AB: $3x-4y+5=0$; Distanța de la punctul C la dreapta AB va fi: $dist(C,AB)=\frac{\|3\cdot 3-4\cdot 0+5\|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{14}{5}$.	2p 3p
6.	Avem $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right]$ adică $\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\overset{paritate}{=}\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ sau prin calcul direct, se obține o identitate adevărată pentru orice număr real x. În concluzie, mulțimea de soluții este $S=[0,2\pi]$ Observație: în text se indică, prin ipoteză că $x\in\ 0,2\pi$.	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	Se înlocuiesc în sistem, valorile pentru $x_0=2, y_0=2, z_0=1$ și se obțin relațiile: $2\cdot 2-2+1=m$ și $n\cdot 2+2-2\cdot 1=4$ $m=3, n=2$	3p 2p
b)	$\det A\neq 0$ $\det A=\det\begin{pmatrix}1&2&-3\\2&-1&1\\n&1&-2\end{pmatrix}=3-n$, $3-n\neq 0$. Prin urmare $n\neq 3$.	2p 3p
c)	Pentru $n=3$ avem: $\det\begin{pmatrix}1&2&-3\\2&-1&1\\n&1&-2\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow 3-n=0\Leftrightarrow n=3$. Rangul matricei sistemului este doi. Fie minorul principal $\Delta_p=\begin{vmatrix}1&2\\2&-1\end{vmatrix}=-5$ și punem condiția ca determinantul caracteristic $\begin{vmatrix}1&2&3\\2&-1&m\\3&1&4\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow m=1$. Sistemul este compatibil nedeterminat pentru $m=1$ și $n=3$.	3p 2p
2.a)	Scrie relațiile corespunzătoare între rădăcini și coeficienți: $S_3=x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=-\frac{a}{3}, S_4=x_1x_2x_3x_4=-\frac{1}{3}$. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=\frac{x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4}{x_1x_2x_3x_4}=\frac{-\frac{a}{3}}{-\frac{1}{3}}=a$.	2p 3p
b)	$f=(X-1)^2\cdot(3X^2+4X+6)+(a+8)X-7$ Din egalitatea $(a+8)X-7=2X-7$ se obține $a=-6$	3p 2p
c)	$S_1=x_1+x_2+x_3+x_4=\frac{2}{3}, S_2=x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4=\frac{1}{3}$ $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=(x_1+x_2+x_3+x_4)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4)=$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2-2\cdot\frac{1}{3}=-\frac{2}{9}$ Concluzia: polinomul nu are toate rădăcinile reale, deoarece suma pătratelor rădăcinilor este negativă.	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=$ $f'(x)=-\frac{1}{x(x+1)}$ și $f'(1)=-\frac{1}{2}$	2p 3p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=0$.	3p

	Dreapta $y=0$ este asimptotă orizontală pentru $x \to +\infty$.	2p
c)	$f''(x)=\dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}>0$, pentru $x\in(0,+\infty)$. În concluzie, funcția nu are puncte de inflexiune (este strict convexă pe mulțimea de definiție!)	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 xf(x)dx=\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx=\int_0^1 x\left(1-x^2\right)^{\frac{1}{2}}dx=$ $-\frac{1}{3}\int_0^1\left(\left(1-x^2\right)^{\frac{3}{2}}\right)'dx=-\frac{1}{3}\left(1-x^2\right)^{\frac{3}{2}}\Big\|_0^1=\frac{1}{3}$.	2p 3p
b)	$V=\pi\cdot\int_0^1 \sqrt{1-x^2}^{\,2}dx=\pi\cdot\int_0^1\left(1-x^2\right)dx=$ $\pi\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big\|_0^1=\frac{2\pi}{3}$.	2p 3p
c)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx$. Notăm $x=\sin t$ și avem $x=0\Rightarrow t=0,\ x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}, dx=\cos t dt$ Prin urmare: $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cdot\cos t dt=$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\cdot\cos t dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx$.	3p 2p