EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2023 - 2024
Matematică

Simulare județeană

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I — 30 puncte

1.	b	**5p**
2.	b	**5p**
3.	b	**5p**
4.	b	**5p**
5.	a	**5p**
6.	b	**5p**

SUBIECTUL al II- lea — 30 puncte

1.	d	**5p**
2.	c	**5p**
3.	b	**5p**
4.	c	**5p**
5.	c	**5p**
6.	d	**5p**

SUBIECTUL al II- lea — 30 puncte

1.	**a)** În 13 zile în care ar parcurge 25 km zilnic, biciclistul ar străbate distanța $13 \cdot 25 = 325$ km. În cazul în care ar parcurge 30 km zilnic, în 13 zile, distanța parcursă ar fi $13 \cdot 30 = 390$ km , ce ar trebui să fie egală cu distanța parcursă cu 25 km pe zi în 13+2 zile, adică $(13+2) \cdot 25 + 15 =$ 390 km, cele două distanțe sunt egale. Bicilistul poate străbate distanța în 13 zile, cu condiția ca să parcurgă 30 km pe zi.	 **1p** **1p**
	b) Fie x numărul de zile în care biciclistul parcurge distanța propusă. Parcurgând 25 km pe zi, distanța propusă ar fi $25 \cdot x + 15\ km$. Dacă parcurge 30 km pe zi, distanța propusă ar fi $30 \cdot (x-2)\ km$. Egalând distanțele obținem ecuația $25 \cdot x + 15 = 30 \cdot (x-2) \Leftrightarrow 5x = 75 \Rightarrow x = 15$ zile Distanța propusă este $25 \cdot 15 + 15 = 390$ km.	 **1p** **1p** **1p**
2.	**a)** $E(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}\right) : \frac{x+3}{x^2+3x} = \frac{2}{x(x+1)} \cdot \frac{x(x+3)}{x+3} =$ $= \frac{2}{x+1}$	**1p** **1p**
	b) $E(x) = \frac{2}{x+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2 \vdots (x+1) \Rightarrow x+1 \in \{-2,-1,1,2\}$ $\Rightarrow x \in \{-3,-2,0,1\}$ $x \in \mathbb{Z}^* \Rightarrow x \in \{-2,1\}$	**1p** **1p** **1p**

3.	**a)** $a^2 = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^2 = 7+4\sqrt{3} + 2\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{7-4\sqrt{3}} + 7 - 4\sqrt{3}$ $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, a > 0.$	**1p** **1p**
	b) $b = \sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \lvert 4-2\sqrt{3}\rvert + 2(\sqrt{3}+1) = 6$ $a^2 - b - 1 = 16 - 6 - 1 = 9 = 3^2$	**1p** **2p**
4.	**a)** În triunghiul *ABC*, *FG* linie mijlocie *FG* || *BC*, respectiv *EF* linie mijlocie, *EF* || *AB*. În triunghiul dreptunghic *ABD*, *GD* mediană corespunzătoare ipotenuzei *AB*. $FG \parallel BC$, $GD = \frac{AB}{2} = EF \Rightarrow$ *EFGD* trapez isoscel.	**1p** **1p**
	b) Fie $AD \cap FG = \{M\}$. În triunghiul *ABC* dreptunghic în *A*, aplicăm teorema lui Pitagora: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow$ $BC = 50$ și din teorema catetei obținem $AB^2 = BD \cdot BC \Rightarrow BD = 18$. $DE = BE - BD = 25 - 18 = 7$, $DM = \frac{AD}{2} = 12$ $\boldsymbol{A}_{EFGD} = \frac{(FG+DE)\cdot DM}{2} = \frac{(25+7)\cdot 12}{2} = 192\ m^2.$	**1p** **1p** **1p**
5.	**a)** $OA \perp AB, PB \perp AB \Rightarrow$ *OPBA* trapez dreptunghic. Fie $OQ \perp PB, Q \in PB \Rightarrow AB = OQ$ ($AOQB$ dreptunghi). $BQ = PB - BQ = PB - OA = 18 - 6 = 12,\quad OP = ON + NP = 6 + 18 = 24.$ În triunghiul *OQP*, dreptunghic în Q, aplicăm teorema lui Pitagora: $OP^2 = OQ^2 + PQ^2$ $\Rightarrow AB = OQ = \sqrt{OP^2 - PQ^2} = \sqrt{24^2 - 12^2} = 12\sqrt{3}$ m.	**1p** **1p**
	b) $AM = MN$ deoarece $MA \perp OA$ și $MN \perp ON \Rightarrow OM$ bisectoarea unghiului AMN. $BM = MN$ deoarece $MB \perp PB$ și $MN \perp NP \Rightarrow PM$ bisectoarea unghiului BMN. $\widehat{OMN} + \widehat{PMN} = \frac{\widehat{AMN}}{2} + \frac{\widehat{BMN}}{2} = \frac{180^0}{2} = 90^0 \Rightarrow \Delta OMP$ dreptunghic în M.	**2p** **1p**
6.	**a)** Fie $AB = AV = a$, atunci diagonalele pătratului *ABCD* sunt: $AC = BD = a\sqrt{2}$. În triunghiul *VAC* verificăm reciproca teoremei lui Pitagora: $AC^2 = CV^2 + AV^2$ $\Rightarrow 2a^2 = a^2 + a^2$, adevărat $\Rightarrow \Delta VAC$ dreptunghic în *V*.	**1p** **1p**
	b) În ΔVAC, *OE* este linie mijlocie (*AO=OC* și *EV=CE*) ⇒ *OE* || *AV*. În ΔVBD, *OF* este linie mijlocie (*BO=OD* și *FV=DF*) ⇒ *OF* || *BV*. Din $(OEF) \parallel AV$, $(OEF) \parallel BV \Rightarrow (OEF) \parallel (AVB)$	**1p** **1p** **1p**