Examenul naţional de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\log_{2024}1012-\log_{2024}\frac{1}{2}=\log_{2024}(1012\cdot 2)=1$	**2p**
	$\sqrt[3]{0,008}+\sqrt{0,09}=0,2+0,3=0,5$, $1\cdot 2\cdot 0,5=1$	**3p**
2.	$-\frac{-4}{4}=1=a$	**2p**
	$-\frac{16-8m}{8}=a=1$, $m=3$	**3p**
3.	$3^{2x+2}+2\cdot 3^{x+1}\cdot 2^x+2^{2x}-9=6^{x+1}+4^x \Leftrightarrow 3^{2x+2}=9$	**3p**
	$x=0$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 6 elemente, deci numărul cazurilor posibile este 6.	**2p**
	$(1+i)^n\in R \Leftrightarrow n=4$, deci avem 5 cazuri favorabile. Probabilitatea este $p=\frac{5}{6}$	**3p**
5.	$G(2,0)\Rightarrow C(4,-3)$	**2p**
	$BC: 2x+y-5=0$	**3p**
6.	$E\left(\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{5\pi}{6}+2\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1=2$ care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\det M(x)=\begin{vmatrix}1-2x & -2x\\ 2x & 1+2x\end{vmatrix}=(1-2x)(1+2x)+4x^2=$	**3p**
	$=1$, pentru orice număr real x.	**2p**
b)	Cum $M(x)\cdot M(y)=M(x+y)$, pentru orice numere reale x, y, $M\left(\sqrt{2-p}\right)\cdot M\left(\sqrt{2+p}\right)=M\left(\sqrt{2-p}+\sqrt{2+p}\right)=M(2)$	**3p**
	Ecuația $\sqrt{2-p}+\sqrt{2+p}=2$ are soluțiile $p=2, p=-2$ care convin.	**2p**
c)	$M(2)M(-2)\cdot X\cdot M(3)M(-3)=M(2)M(-3)\cdot M(2)M(-3)$	**3p**

	$M(0)\cdot X\cdot M(0)=M(-1)\cdot M(-1)$, $X=M(-2)$	**2p**
2.a)	$f_n(1)=(1-1)^n+n\cdot 1^n-n=$ $=0$, pentru orice număr natural n.	**3p** **2p**
b)	$f_3=2X^3+3X^2-3X-2$, $f_2=3X^2-2X-1$ Din teorema împărțirii cu rest se obține câtul $q=\frac{2}{3}X+\frac{13}{9}$ și restul $r=\frac{5}{9}X-\frac{5}{9}$	**2p** **3p**
c)	$f_4=5X^4-4X^3+6X^2-4X-3$ și $x_1+x_2+x_3+x_4=\frac{4}{5}$ $E=5\left(\frac{4}{5}-x_4\right)\left(\frac{4}{5}-x_3\right)\left(\frac{4}{5}-x_2\right)\left(\frac{4}{5}-x_1\right)$.Cum $f=5(X-x_1)(X-x_2)(X-x_3)(X-x_4)$, se obține $E=f\left(\frac{4}{5}\right)=-\frac{59}{25}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{1}{x+1}\right)'+(arctgx)'=\frac{-1}{(x+1)^2}+\frac{1}{x^2+1}=$ $=\frac{2x}{(x+1)^2(x^2+1)}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x+1}+arctgx\right)=0+\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$ Dreapta de ecuație $y=\frac{\pi}{2}$ este ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$.	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$. Pentru $x\in(-1,0]$, $f'(x)\le 0$, f este descrescătoare, $f(x)\ge f(0)$. Pentru $x\in[0,+\infty)$, $f'(x)\ge 0$, f este crescătoare, $f(x)\ge f(0)$. Cum $f(0)=1$, $f(x)\ge 1$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$. $f(x+1)\ge 1$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$, $\frac{1}{x+2}+arctg(x+1)\ge 1$ și obținem $arctg(x+1)\ge\frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.	**3p** **2p**
2.a)	$\int_0^1 x\left(f(x)-\ln\left(1+\sqrt{x}\right)\right)dx=\int_0^1 x\sqrt{x}dx=\left.\frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5}\right\|_0^1=$ $=\frac{2}{5}-0=\frac{2}{5}$	**3p** **2p**
b)	$A=\int_1^a\|g(x)\|dx=\int_1^a\|x+e^x-1\|dx$. Cum $g(x)\ge 0$ pentru $x\ge 1$, $A=\int_1^a\left(x+e^x-1\right)dx=\left.\left(\frac{x^2}{2}+e^x-x\right)\right\|_1^a=\frac{a^2}{2}+e^a-a-e+\frac{1}{2}$	**3p**

	$\frac{a^2}{2}+e^a-a-e+\frac{1}{2}=e^a-e+2 \Rightarrow a=3$, care convine sau $a=-1$ care nu convine	**2p**
c)	$\int_1^4 \frac{f(x)-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2x}dx=\int_1^4\left(\frac{\ln\left(1+\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}+2x}\right)dx=\int_1^4 \ln\left(1+\sqrt{x}\right)\left(\ln\left(1+\sqrt{x}\right)\right)' dx=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}\ln^2\left(1+\sqrt{x}\right)\Big\|_1^4=\frac{1}{2}\left(\ln^2 3-\ln^2 2\right)=\frac{1}{2}\ln 6\ln\frac{3}{2}$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro