Examenul naţional de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model aprilie2024

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi,\ a,b\in\mathbb{R}$	**2p**
	$\frac{a}{2}+\frac{3b}{2}i=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}i \Rightarrow z=3+\frac{1}{2}i$	**3p**
2.	$f(x)=ax+b,\ a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0,\quad f(x+1)=ax+a+b,\quad (f\circ f)(x)=a^2x+ab+b$	**2p**
	$a=2,\ b=-1 \Rightarrow f(x)=2x-1$	**3p**
3.	$\log_5 x \overset{not}{=} t\ , x\in(0,\infty)/\{1\} \Rightarrow t^2-7t+10=0$ care are soluțiile $t_1=2,\ t_2=5$	**3p**
	$\log_5 x=5 \Rightarrow x=5^5,\ \log_5 x=2 \Rightarrow x=25$ care convin	**2p**
4.	$T_{k+1}=C_{2024}^{k}2^{2024-k}x^{2024-2k} \Rightarrow k=1012$	**3p**
	$T_{1013}=C_{2024}^{1012}2^{1012}$ este termenul care nu îl conține pe x	**2p**
5.	$d \parallel OB \Rightarrow m_d=m_{OB}=-\frac{1}{3}$	**3p**
	d trece prin A $\Rightarrow d: x+3y-8=0$	**2p**
6.	$R=\frac{2}{3}\cdot\frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l=R\sqrt{3},$ unde l este lungimea unei laturi a triunghiului echilateral	**3p**
	$A=\frac{l^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\det A(m)=\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -2 & 1\\ m & 3 & -2\end{vmatrix}=4-6+m-2m-3+4=$	**3p**
	$=-m-1$	**2p**
b)	Sistemul de ecuații are soluții nenule dacă $m=-1$	**1p**
	Pentru $m=-1$ soluția sistemului este de forma $\left(\frac{\alpha}{4},\frac{3\alpha}{4},\alpha\right), \alpha\in\mathbb{R}^*$	**1p**
	Tripletele: $(1,3,4),(2,6,8),(-1,-3,-4)$ pot fi 3 soluții nenule ale sistemului de ecuații	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

c)	Folosind punctul b) avem: $(x_0, y_0, z_0)=\left(\frac{\alpha}{4}, \frac{3\alpha}{4}, \alpha\right), \alpha \in \mathbb{R}^*$	2p
	$\frac{2x_0^2}{x_0^2-y_0^2+z_0^2}=\frac{\frac{\alpha^2}{8}}{\frac{8\alpha^2}{16}}=\frac{1}{4}$	3p
2.a)	$f(-1)=1-1-1+1=0$	3p
	f se divide cu $(X+1)$	2p
b)	Folosind teorema împărțirii cu rest avem $f=(X^2-1)\cdot q+aX+b, a, b \in \mathbb{R}$	2p
	Din $f(1)=4=a+b,\ f(-1)=0=-a+b$ se obține restul $2X+2$	3p
c)	$(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+\ldots+(x_{2024}-1)^2=x_1^2+x_2^2+\ldots+x_{2024}^2-2(x_1+x_2+\ldots+x_{2024})+2024=$	2p
	$=0-0+2024=2024$	3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x(x^2+2x+2)>0,\ \forall x \in \mathbb{R}$	3p
	Funcția f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$	2p
b)	Panta tangentei în punctul $x_0=f'(0)=2 \Rightarrow m_d=-\frac{1}{2}$, unde d este dreapta a cărei ecuație se cere	2p
	Cum $f(0)=2$, dreapta d are ecuația: $x+2y-4=0$	3p
c)	Cum funcția este strict crescătoare și continuă pe $\mathbb{R}$, iar $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0,\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$ $\Rightarrow \operatorname{Im} f=(0,\infty)$	3p
	Pentru $m\le 0$ ecuația $f(x)=m$ nu are soluții, iar pentru $m>0$ ecuația $f(x)=m$ are o soluție.	2p
2.a)	$\int_1^e \frac{f_n(x)}{x(x+1)}dx=\int_1^e \frac{\ln^n(x+1)}{(x+1)}dx=$	2p
	$=\frac{1}{n+1}\ln^{n+1}(x+1)\Big\vert_1^e=\frac{1}{n+1}\ln^{n+1}\frac{e+1}{2}$	3p
b)	$f_1=x\ln(x+1)>0, \forall x\in(0,\infty) \Rightarrow A=\int_1^2 x\ln(x+1)dx=\left(\frac{x^2}{2}\ln(x+1)\right)\Big\vert_1^2-\frac{1}{2}\int_1^2\frac{x^2}{x+1}dx=$	3p
	$=2\ln 3-\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{2}\int_1^2\left(x-1+\frac{1}{x+1}\right)dx=\frac{3}{2}\ln 3-\frac{1}{4}$	2p
c)	$\ln(x+1)\le x,\ \forall x\in(0,\infty)\Rightarrow \ln^n(x+1)\le x^n \Rightarrow x\ln^n(x+1)\le x^{n+1}$ și avem	3p
	$\int_1^e f_n(x)dx\le\int_1^e x^{n+1}dx=\frac{x^{n+2}}{n+2}\Big\vert_1^e=\frac{e^{n+2}-1}{n+2}$	2p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro