SIMULARE EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023-2024
16 aprilie 2024
Matematică

Simulare

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acorda fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**d)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Dacă numărul camerelor cu două paturi ar fie egal cu numărul camerelor cu trei paturi atunci vor fi câte 14 camere de fiecare. Numărul camerelor ar fi egal cu $14 \cdot 2 + 14 \cdot 3 = 70 \neq 73$. Deci nu este posibil.	**1p** **1p**
	b) Fie x numărul camerelor cu două paturi și y numărul camerelor cu trei paturi. Avem x + y = 28 și 2x + 3y = 73, Rezolvând sistemul, se obține x = 11 și y = 17. Deci sunt 17 camere cu câte 3 paturi în pensiune.	**1p** **1p** **1p**
2.	**a)** $\frac{(x+2)(x+1)}{x^2-4} - \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{x+2}{(x+2)^2} = \frac{(x+2)(x+1)-x(x+2)-(x-2)}{(x+2)(x-2)} =$ $\frac{x^2+x+2x+2-x^2-2x-x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{4}{x^2-4}$	**1p** **1p**

	b) $\frac{a+2}{4} \cdot \frac{4}{(a+2)(a-2)} = \frac{1}{a-2} \in Z$ atunci $(a-2) \in D_1 = \{-1, 1\}$ $a \in \{1, 3\}$	**1p** **1p** **1p**
3.	**a)** a = $\left(\sqrt{75} + 3\sqrt{12} - \frac{9}{\sqrt{3}}\right) . \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}}\right) . \frac{\sqrt{3}}{2} =$ $= \left(11\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}}\right) . \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{2} = 12$	**1p** **1p**
	b) b = $15 \cdot (0{,}5 - 6^{-1} + 0{,}6) = 15 \cdot \left(\frac{5}{10} - \frac{1}{6} + \frac{6}{10}\right) =$ $15 \cdot \left(\frac{11}{10} - \frac{1}{6}\right) = \frac{28}{2} = 14$ $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{12+14}{2} = 13 \in N$	**1p** **1p** **1p**
4.	**a)** $P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD) \Rightarrow$ $P_{ABCD} = 2 \cdot (10 + 8) = 36$ cm.	**1p** **1p**
	b) $P_{CNP} = CN + CP + NP$. $ABCD$ este paralelogram $\Rightarrow$ $DO \equiv OB$ și $OC = \frac{1}{2} \cdot AC$. Cum $CM \equiv AC \Rightarrow$ $OC = \frac{1}{2} \cdot MC$, adică C este centrul de greutate al ΔBDM. De aici deducem: $CN = \frac{1}{2} \cdot DC = 5$ cm, $CP = \frac{1}{2} \cdot BC = 4$ cm NP este linie mijlocie în $\Delta BDM \Rightarrow NP = \frac{1}{2} \cdot BD = 6$ cm. De unde se obține $P_{CNP} = 4 + 6 + 5 = 15$ cm.	**1p** **1p** **1p**
5.	**a)** EF este linie mijlocie în trapezul $ABCD$ $\Rightarrow EF = \frac{AB+DC}{2}$ $\Rightarrow$ $EF = \frac{8+2}{2} = 5$ cm.	**1p** **1p**
	b) Cum $EF \parallel AB$ și $CD \Rightarrow \sphericalangle ABE \equiv \sphericalangle \angle BEF$ (alterne interne) și cum $\sphericalangle ABE \equiv \sphericalangle EBF \Rightarrow \sphericalangle FBE \equiv \sphericalangle BEF \Rightarrow \Delta BEF$ - is. ($BF \equiv EF$). Dar $BF \equiv CF$ (F este mijlocul laturii BC) $\Rightarrow EF \equiv CF$, adică ΔCEF - is.$\Rightarrow$ **Metoda 1**: $\sphericalangle CEF \equiv \sphericalangle ECF$. Dar $\sphericalangle CEF \equiv \sphericalangle ECD$ (alterne interne) $\Rightarrow \sphericalangle FCE \equiv \sphericalangle ECD \Rightarrow \sphericalangle BEC = \sphericalangle CEF + \sphericalangle BEF = \sphericalangle ECF + \sphericalangle EBF = \frac{1}{2}(\sphericalangle C + \sphericalangle B) = 90^0$. **Metoda 2**: Cum EF este mediană în ΔBEC și $EF = \frac{BC}{2}$ (deoarece $EF \equiv CF \equiv BF$), din reciproca teoremei medianei, acest triunghi este dreptunghic, cu $\sphericalangle BEC = 90^0$. $\Rightarrow \sphericalangle DEC \equiv \sphericalangle ABE$ (au același complement $\sphericalangle AEB$). Conform cazului UU $\Rightarrow \Delta_{dr} ABE \sim \Delta_{dr} DEC \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AE}{DC} \Rightarrow AE^2 = AB \cdot DC$, unde am folosit că $DE \equiv AE$. Înlocuind, obținem $AE = \sqrt{8 \cdot 2} = 4$ cm.	**1p** **1p** **1p**

6.	**a)** Fie $VM \perp AB \Rightarrow A_{VAB} = \frac{AB \cdot VM}{2}$. În ΔVAM – dr. ($\sphericalangle M = 90^0$), $tg(\sphericalangle VAM) = \frac{VM}{AM}$. Cum ΔVAB este isoscel $\Rightarrow AM = \frac{AB}{2} = 3$ cm. Cum $ABCD$ este pătrat $\Rightarrow AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle(VA, CD) = \sphericalangle(VA, AB) = \sphericalangle VAB = \sphericalangle VAM$. Înocuind obținem $\sqrt{2} = \frac{VM}{3} \Rightarrow VM = 3\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow A_{VAB} = \frac{6 \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}$ cm^2.	**1p** **1p**
	b) $\Delta ADE \equiv \Delta CDE\ (LUL) \Rightarrow AE \equiv EC \Rightarrow \Delta AEC\ este$ isoscel $\Rightarrow P_{AEC} = 2AE + AC - min \Leftrightarrow AE - min \Leftrightarrow AE \perp VD \Rightarrow CE \perp VD \Rightarrow d(V, (AEC)) = VE = VD - DE$. În $\Delta VOD -$ dr. ($\sphericalangle O = 90^0$), aplicăm teorema catetei, $OD^2 = ED \cdot VD$ (deoarece $VD \perp OE$). Dar $VD = VA$, pe care o aflăm cu teorema lui Pitagora în ΔVAM – dr. ($\sphericalangle M = 90^0) \Rightarrow VA^2 = MA^2 + VM^2 \Rightarrow VA = \sqrt{9 + 18} = 3\sqrt{3}$ cm. $ABCD$ fiind pătrat $\Rightarrow OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\,6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ cm. Obținem $ED = \frac{18}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow d(V, (AEC)) = \sqrt{3}$ cm.	**1p** **1p** **1p**