Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare județeană – 23 aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(2-i)^2=3-4i \Rightarrow a+bi=3-4i$	**3p**
	$a=3\,,\ b=-4$	**2p**
2.	$x_V=2$	**2p**
	$f(2)=2 \Rightarrow m-4=2 \Rightarrow m=6$	**3p**
3.	$2^{x-1}+2^x+2^{x+1}=28 \Leftrightarrow 2^{x-1}=4$	**3p**
	$x=3$	**2p**
4.	Numărul cerut este egal cu numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii M .	**3p**
	$C_5^3=10$	**2p**
5.	$y-y_A=3(x-x_A)$	**2p**
	$y=3x+7$	**3p**
6.	$sinx+cos^2x=1 \Leftrightarrow sinx(1-sinx)=0$	**2p**
	Cum $x\in[0,\pi]$, obținem $x=0,\ x=\frac{\pi}{2}$ sau $x=\pi$.	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(3))=\begin{vmatrix}3&2\\2&3\end{vmatrix}=3\cdot3-2\cdot2=$	**3p**
	$=5$	**2p**
b)	$A(x)\cdot A(-x)=\begin{pmatrix}x&2\\2&x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-x&2\\2&-x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x^2+4&0\\0&-x^2+4\end{pmatrix}$, $4\cdot I_2=\begin{pmatrix}4&0\\0&4\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}-x^2+4&0\\0&-x^2+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&0\\0&4\end{pmatrix} \Leftrightarrow x=0$	**2p**
c)	$A(1)+A(2)+\dots+A(n)=\begin{pmatrix}1+2+\dots+n&2n\\2n&1+2+\dots+n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{n(n+1)}{2}&2n\\2n&\frac{n(n+1)}{2}\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det\left(A(1)+A(2)+\dots+A(n)\right)=\begin{vmatrix}\frac{n(n+1)}{2}&2n\\2n&\frac{n(n+1)}{2}\end{vmatrix}=\frac{n(n+1)}{2}\cdot\frac{n(n+1)}{2}-2n\cdot2n=$ $\frac{n^2(n-3)(n+5)}{4}$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
2.a)	$8*(-8)=8\cdot(-8)-7\cdot8-7\cdot(-8)+56=$	**2p**
	$=-64-56+56+56=-8$	**3p**
b)	$2*\sqrt[3]{x}=42-5\sqrt[3]{x}$, pentru orice număr întreg x	**2p**
	$42-5\sqrt[3]{x}=27$, de unde obținem $x=27$	**3p**

c)	Elementul neutru al legii de compoziție „$*$” este 8 x este simetrizabil dacă există $x' \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x * x' = x' * x = 8$, de unde $x' = 7 + \frac{1}{x-7}$	**3p**
	Cum x' este număr întreg, obținem $x = 6$ sau $x = 8$.	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{(3x^2 - 4x)\cdot x^2 - (x^3 - 2x^2 + 4)\cdot 2x}{x^4}$	**3p**
	$= \dfrac{x^3 - 8}{x^3} = \dfrac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}, x \in (0, +\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3} = 1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-2x^2 + 4}{x^2} = -2$ $y = x - 2$ este ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ $f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in (0,2] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0,2]$; $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [2, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[2, +\infty)$	**3p**
	Cum f este continuă, $\lim\limits_{x\searrow 0} f(x) = +\infty$, $f(2) = 1$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, atunci mulțimea valorilor funcției f este $[1, +\infty)$.	**2p**
2.a)	$\int_1^e \frac{ln(x^2+1)}{f(x)} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = lnx\Big\|_1^e =$	**3p**
	$= lne - ln1 = 1$	**2p**
b)	$g(x) = \frac{1}{x^2+1}$, $x \in (0, +\infty)$, deci $G: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $G(x) = arctgx + c$, unde $c \in \mathbb{R}$	**3p**
	Cum $G(1) = \frac{\pi}{2}$, obținem $c = \frac{\pi}{4}$, deci $G: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $G(x) = arctgx + \frac{\pi}{4}$.	**2p**
c)	$\int_0^{\sqrt{a-1}} f(x)dx = \int_0^{\sqrt{a-1}} xln(x^2+1)dx = \frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{a-1}} (x^2+1)'ln(x^2+1)dx =$ $= \frac{1}{2}\left[(x^2+1)ln(x^2+1)\Big\|_0^{\sqrt{a-1}} - \int_0^{\sqrt{a-1}} 2xdx\right] = \frac{1}{2}(a\cdot lna - a + 1)$, unde $a \in (1, +\infty)$	**3p**
	$\frac{1}{2}(a\cdot lna - a + 1) = \frac{1}{2}$, de unde obținem $a = e$, care convine.	**2p**