

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2024

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$ *Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică cu proprietatea $a_{20} + a_{24} = 2024$. Calculați a_{22} .
- 5p 2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 - m$, $m \in \mathbb{R}$. Determinați parametrul real m astfel încât graficele celor două funcții să fie tangente.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} = 5 \cdot 2^x - 2$.
- 5p 4. Determinați câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{0, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p 5. Se consideră triunghiul ABC și punctul $M \in (BC)$, astfel încât $\overline{BM} = \frac{1}{3}\overline{MC}$. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $\overline{AM} = a\overline{AB} + b\overline{AC}$.
- 5p 6. Calculați $\sin 2x$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, știind că $\sin x = \frac{2}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -\frac{3}{2} & -3 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Demonstrați că $(I_2 + A)^2 = I_2 + A$.
- 5p b) Arătați că mulțimea $\{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ este finită.
- 5p c) Calculați $\det(2024 \cdot I_2 - A + A^2 - A^3 + \dots + A^{2024})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și comutativă $x \circ y = xy - 4x - 4y + 20$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = (x - 4)(y - 4) + 4$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați mulțimea elementelor simetrizabile din \mathbb{R} față de legea de compoziție " \circ ".
- 5p c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x \circ x \circ x = 20$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției.
- 5p c) Determinați punctele de extrem ale graficului funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{e^x}$, $F(x) = \frac{-x^2 + 2x + 2}{e^x}$.
- 5p a) Demonstrați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_{-\frac{1}{2}}^0 f(x) \cdot e^x dx$.
- 5p c) Demonstrați că graficul funcției F are două puncte de inflexiune.