EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2024
Simulare județeană
Proba E.c) M_pedagogic
BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

Subiectul I **(30 puncte)**

1.	$\sqrt[3]{27}=3$ $\left(\sqrt[3]{27}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt[3]{27}+\sqrt{5}\right)=4, \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}=3$ Finalizare $\left(\sqrt[3]{27}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt[3]{27}+\sqrt{5}\right)-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}=9-5-3=1\in\mathbb{N}$	**1p** **2p** **2p**
2.	$f(2)=2a+b=3$ $2a+b=3, a,b\in\mathbb{N}^*$ Obținem $a=0$ și $b=3$, repectiv $a=b=1$. Soluția este $a=b=1\in\mathbb{N}^*$	**2p** **1p** **1p**
3.	$2^{3x-1}(2^2+1)=20$ ecuația echivalentă. $2^{3x-1}=4$ $3x-1=2$ $x=1\in\mathbb{R}$	**1p** **2p** **1p** **1p**
4.	Numărul de cazuri posibile este egal cu 90. Numărul de cazuri favorabile este egal cu 6. ((3,5)=1 rezultă că numerele se divid la 15) Probabilitatea cerută este egală cu $P(A)=\frac{Nr.\ cazuri\ favorabile}{Nr.\ cazuri\ posibile}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$.	**2p** **2p** **1p**
5.	Fie M și N mijloacele segmentelor AC și BD. $M\left(\frac{x_A+x_C}{2},\frac{y_A+y_C}{2}\right)=M\left(-\frac{1}{2},2\right)$ $N\left(\frac{x_B+x_D}{2},\frac{y_B+y_D}{2}\right)=N\left(-\frac{1}{2},2\right)$ Rezultă că punctele M și N coincid, adică patrulaterul ABCD este paralelogram.	**1p** **1p** **1p** **2p**
6.	$sin\,165^0=sin(180^0-15^0)=\sin 15^0$ $cos\,105^0=cos(180^0-75^0)=-\cos 75^0$ $\sin 15^0\cdot\cos 75^0+\sin 165^0\cdot\cos 105^0=\sin 15^0\cdot\cos 75^0-\sin 15^0\cdot\cos 75^0=0$	**2p** **2p** **1p**

Subiectul al II-lea **(30 puncte)**

	1. $x*y=xy-3x-3y+12,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$ $\frac{11}{3}*\frac{9}{2}=\frac{11}{3}\cdot\frac{9}{2}-3\cdot\frac{11}{3}-3\cdot\frac{9}{2}+12$ $\frac{11}{3}*\frac{9}{2}=\frac{99-66-81+72}{6}=\frac{24}{6}=4$	**3p** **2p**
	2. $x*y=(x-3)(y-3)+3=xy-3x-3y+9+3=$ $=xy-3x-3y+12=x*y\ \forall x,y\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**

	3. $\exists e \in \mathbb{R}$ $a.î. \forall x \in \mathbb{R}$ $x * e = e * x = x$ Pentru $e = 4$ avem $e * x = (4-3)(x-3) + 3 = x - 3 + 3 = x$ $x * e = (x-3)(4-3) + 3 = x - 3 + 3 = x$ Adică $e * x = x * e = x, \forall x \in \mathbb{R}$, implică $e = 4 \in \mathbb{R}$ este elementul neutru.	**2p** **1p** **1p** **1p**
	4. Fie $x, y \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ pentru care $x * y \in \mathbb{N}$. $x * y = (x-3)(y-3) + 3 \in \mathbb{N}$ Rezultă că $(x-3)(y-3) \geq -3$ și $(x-3)(y-3) \in \mathbb{Z}$. Căutăm două numere iraționale a căror produs să fie întreg sau natural. De exemplu $\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6} = 12 \in \mathbb{N}$. $x - 3 = \sqrt{6}$ și $y - 3 = 2\sqrt{6}$, de unde $x = \sqrt{6} + 3 \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ $y = 2\sqrt{6}+3 \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ $x * y = 12 + 3 = 15 \in \mathbb{N}$	 **1p** **1p** **1p** **2p**
	5. $(x, y) \in \mathbb{Z}x\mathbb{Z}$ ecuația $x * y = 5$ devine $(x-3)(y-3) = 2$ $(x-3)(y-3) = 1 \cdot 2 = 2 \cdot 1 = -1 \cdot (-2) = -2 \cdot (-1)$. De unde obținem soluțiile $x = 4$ și y= 5; $x = 5$ și y= 4; $x = 2$ și y= 1 și $x = 1$ și y= 2.	**1p** **4p**
	6. $n = \log_2 1 * \log_2 2 * \log_2 3 * \ldots * \log_2 2024$ Se observă că $x * 3 = 3 * x = 3$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și $\log_2 8 = 3$. Fie a $= \log_2 1 * \log_2 2 * \ldots * \log_2 7$ și b $= \log_2 9 * \log_2 10 * \ldots * \log_2 2024$, $a, b \in \mathbb{R}$. Avem $n = a * \log_2 8 * b = a * 3 * b = 3 * b = 3 \in \mathbb{N}$, legea find asociativă și comutativă.	 **1p** **2p** **2p**

Subiectul al III-lea **(30 puncte)**

	1. $det\ A = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot 4 - (-2) \cdot 3$ $det\ A = 2$	**3p** **2p**
	2. $A \cdot \mathrm{B}(1) = 2 \cdot I_2$ $A \cdot \mathrm{B}(1) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ $A \cdot \mathrm{B}(1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot I_2$	**1p** **1p** **3p**
	3. $\det B(a) = \begin{vmatrix} 1-2a & 2a \\ -3a & 1+3a \end{vmatrix} = (1-2a)(1+3a) - 2a(-3a)$ $\det B(a) = a + 1 = 2024$ $a = 2023$	**2p** **2p** **1p**
	4. $A - \mathrm{B}(1) \cdot \mathrm{B}(-1) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. $A - \mathrm{B}(1) \cdot \mathrm{B}(-1) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	**2p** **3p**
	5. $\mathrm{B}(1) \cdot \mathrm{X} = 4 \cdot I_2$. Avem $A \cdot \mathrm{B}(1) = 2 \cdot I_2$. Înmulțim la stânga cu A și obținem $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}(1) \cdot \mathrm{X} = 4 \cdot A \cdot I_2$ $2 \cdot I_2 \cdot \mathrm{X} = 4 \cdot A$ de unde $\mathrm{X} = 2 \cdot A$	**1p** **2p** **2p**
	6. $a \cdot \mathrm{B(a)} - b \cdot \mathrm{B(b)} = (a-b) \cdot B(a+b)$ $B(a) = \begin{pmatrix} 1-2a & 2a \\ -3a & 1+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2a & 2a \\ -3a & 3a \end{pmatrix} = I_2 + a\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ Atunci $B(a) = I_2 + a\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = I_2 + a \cdot C$ și $B(b) = I_2 + b \cdot C$. Relația devine $a \cdot \mathrm{B(a)} - b \cdot \mathrm{B(b)} = aI_2 + a^2 \cdot C - bI_2 - b^2 \cdot C = (a-b)I_2 + +(a-b)(a+b) \cdot = (a-b)(I_2 + +(a+b) \cdot C) = (a-b) \cdot B(a+b)$	 **1p** **2p** **2p**