Examenul naţional de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model decembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1)** Arătați că $\sqrt{13-4\sqrt{3}}=2\sqrt{3}-1$.

5p **2)** Determinați numerele reale a,b știind că vârful parabolei de ecuație $y=x^2+ax+b$ este $V(0,1)$.

5p **3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(4^x-2\right)=x$.

5p **4)** Calculați $C_4^0-2C_4^1+4C_4^2-8C_4^3+16C_4^4$.

5p **5)** Se consideră triunghiul ABC astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}+3\vec{j}$, $\overrightarrow{AC}=4\vec{i}-9\vec{j}$. Determinați lungimea medianei din A.

5p **6)** Calculați $\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)}$, $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1) Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & m & 1\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}2x+y+z=8\\ 3x+my+z=11\\ x-y+2z=7\end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați cel mai mic număr întreg m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este un număr natural nenul.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\right)=0$.

5p **c)** Pentru $m=2$, determinați soluția $\left(x_0,y_0,z_0\right)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ a sistemului de ecuații, știind că x_0,y_0,z_0, formează o progresie geometrică.

2) Pe mulțimea numerelor complexe se consideră legea de compoziție asociativă $x\circ y=x+y-ixy$, $i^2=-1$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=-i(x+i)(y+i)-i$, pentru orice numere complexe x, y.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați perechea de numere reale (a,b), știind că $i\circ i^2\circ i^3\circ\cdots\circ i^{2024}=a+bi$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt[3]{x^3+1}$.

5p **a)** Arătați că tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=x-1$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f spre $+\infty$.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este bijectivă.

2) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^{2024}}$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției $g:(1,+\infty)\to\mathbb{R},\ g(x)=f\left(\sqrt{x-1}\right)$.

5p **b)** Arătați că $\int \dfrac{x\ln f(x)}{x^2+1}dx=-506\ln^2\left(x^2+1\right)+c, c\in\mathbb{R}$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați punctele de inflexiune ale funcției $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitivă a funcției f.