

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

 Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Model decembrie 2023

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$\sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2} =$ $= 2\sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3} - 1$	3p 2p
2.	Abscisa vârfului este $x_v = \frac{-a}{2} = 0$, deci $a = 0$ Ordonata vârfului este $y_v = -\frac{a^2 - 4b}{4} = 1$, deci $b = 1$	2p 3p
3.	$4^x - 2 = 2^x$ $2^x = -1$ nu are soluții reale, din $2^x = 2$ avem $x = 1$ care convine	2p 3p
4.	$C_4^0 - 2C_4^1 + 4C_4^2 - 8C_4^3 + 16C_4^4 = (1 - 2)^4 =$ $= 1$	3p 2p
5.	$\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$, M este mijlocul laturii BC $\overline{AM} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, $AM = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$	3p 2p
6.	$\frac{\sin x + \cos x}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} = \frac{\sin x + \cos x}{\sin\frac{\pi}{4}\cos x + \cos\frac{\pi}{4}\sin x} =$ $= \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$m + 10 \in \mathbb{N}$ Cel mai mic $m \in \mathbb{Z}$ care verifică condiția este $m = -9$	2p 3p
b)	$\det(A(1) \cdot A(2) \cdot A(3)) = \det(A(1)) \cdot \det(A(2)) \cdot \det(A(3))$ Cum $\det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$, se obține că $\det(A(1) \cdot A(2) \cdot A(3)) = 0$	2p 3p

c)	$\det(A(2))=0, \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=1, \begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 3 & 2 & 11 \\ 1 & -1 & 7 \end{vmatrix}=0$, deci sistemul este compatibil simplu nedeterminat $(x_0, y_0, z_0) = (5 - \alpha, \alpha - 2, \alpha)$, $\alpha \in \mathbb{Z}$ este soluția sistemului, $y_0 = \sqrt{x_0 z_0}$, $\alpha = 4$ care convine, $\alpha = \frac{1}{2}$ nu convine, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 2, 4)$	2p 3p
2.a)	$x \circ y = x + y - ixy = -ix(y+i) + (y+i) - i =$ $= (-ix - i^2)(y+i) - i = -i(x+i)(y+i) - i$, pentru orice numere complexe x, y	2p 3p
b)	$x \circ e = e \circ x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{C}$, $x \circ e = -i(x+i)(e+i) - i = -i(e+i)(x+i) - i = e \circ x$ $-i(x+i)(e+i) - i = x \Leftrightarrow e = 0$ este elementul neutru	2p 3p
c)	$x \circ (-i) = (-i) \circ x = -i$, pentru orice $x \in \mathbb{C}$ $i^3 = -i$, deci $i \circ i^2 \circ i^3 \circ \dots \circ i^{2024} = -i = a + bi$ și $a = 0, b = -1$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = 1 + \frac{(x^3+1)'}{3^3(x^3+1)^2} = 1 + \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ Cum $f'(0) = 1$, panta tangentei la graficul funcției f este egală cu panta dreptei $y = x - 1$, deci dreptele sunt paralele.	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^3}} \right)}{x} = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2} + x\sqrt[3]{x^3+1} + x^2} = 0$, $y = 2x$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$.	2p 3p
c)	$f'(x) > 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, funcția este strict crescătoare pe \mathbb{R} , deci injectivă $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, f continuă pe \mathbb{R} , $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$, deci f surjectivă $\Rightarrow f$ bijectivă	3p 2p
2.a)	$\int f(\sqrt{x-1}) dx = \int x^{-2024} dx =$ $= -\frac{1}{2023x^{2023}} + c, c \in \mathbb{R}$.	2p 3p



b)	$\begin{aligned} (-506 \ln^2(x^2 + 1) + c)' &= \frac{-506 \cdot 2 \ln(x^2 + 1) \cdot 2x}{x^2 + 1} = \frac{-2024x \ln(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \\ &= \frac{x \ln[(x^2 + 1)^{-2024}]}{x^2 + 1} = \frac{x \ln f(x)}{x^2 + 1} \end{aligned}$	3p 2p
c)	$F''(x) = f'(x) = -\frac{4048x}{(x^2 + 1)^{2025}}, x \in \mathbb{R}$ <p>$F''(x) \geq 0$ pentru orice $x \in (-\infty, 0]$, F este convexă, $F''(x) \leq 0$ pentru orice $x \in [0, +\infty)$, F este concavă, $x = 0$ este punctul de inflexiune.</p>	2p 3p