

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE simulare noiembrie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I

30 de puncte

1	$ z = \frac{ a - bi }{ b + ai } = \frac{ a - bi }{ b + ai } = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{b^2 + a^2}} = 1$	2p 3p
2	$A(a; a) \in Gf \Leftrightarrow f(a) = a$ $4a^2 + 5a + 1 = a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$	2p 3p
3	$\sqrt{x-1} = 2 - 2x, \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2-2x \geq 0 \end{cases}$ $x = 1 \text{ care convine}$	3p 2p
4	$A_n^3 = 60, n \geq 3$ $n(n-1)(n-2) = 60 \Rightarrow n = 5$	2p 3p
5	$d: 2x - y + 3 = 0 \Rightarrow m = 2, d_1 \perp d \Rightarrow m_1 m = -1, m_1 = -\frac{1}{2}$ $d_1: y - y_A = m_1(x - x_A) \Rightarrow d_1: x + 2y + 2 = 0$	3p 2p
6	$\sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{4}{5}$ $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{15}{\frac{4}{5}} = 2R, \text{ se obține } R = \frac{75}{8}$	2p 3p

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

1a	$\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ <p>Finalizare</p>	3p 2p
	$\det(A(1)) = 1 \Rightarrow A^{-1}(1) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	2p

1b	$X = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	3p
1c	$A(a)A(b) = \begin{pmatrix} 1-ab & b \\ -a & -ab \end{pmatrix}, \det(A(a)A(b) + abI_2) = \begin{vmatrix} 1 & b \\ -a & 0 \end{vmatrix}, a < b$ $ab = 4 \Rightarrow (1,4), (-4, -1)$	3p
2a	$2 * (-2) = 2(2-3)(-2-3) + 3$ $2 * (-2) = 13$	2p 2p 3p
2b	$\exists e \in \mathbb{R}, x * e = e * x = x, \forall x \in \mathbb{R}, x * y = y * x$ $x * e = x \Rightarrow e = \frac{7}{2}$	2p 3p
2c	$x, y \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ y-3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2(x-3)(y-3) \geq 0$ $2(x-3)(y-3) + 3 \geq 3 \Rightarrow x * y \geq 3$	3p 2p

Subiectul al III-lea

30 puncte

1.a)	$f'(x) = (1 - \sqrt{1-x^2})' = -\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$ $= \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	3p 2p												
b)	Ecuția tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$ este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ \Rightarrow ecuația tangentei este $y = 0$	2p 3p												
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>↘</td> <td>0</td> <td>↗</td> </tr> </table> <p>Se observă că f este descrescătoare pe intervalul $(-1,0]$ și crescătoare pe $[0,1)$</p>	x	-1	0	1	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	↘	0	↗	2p 2p 1p
x	-1	0	1											
$f'(x)$	-	0	+											
$f(x)$	↘	0	↗											
2.a)	$\int_1^2 x f(x) dx = \int_1^2 x \left(2 + 3x + \frac{1}{x}\right) dx =$ $\int_1^2 (2x + 3x^2 + 1) dx = (x^2 + x^3 + x) \Big _1^2$ $= 14 - 3 = 11$	1p 2p 2p												
b)	F primitiva a lui $f \Rightarrow F'(x) = f(x), x \in (0, \infty)$	1p												

	$\Rightarrow a + 2bx + \frac{1}{x} = 2 + 3x + \frac{1}{x}$ $\Rightarrow a = 2, b = \frac{3}{2}$	3p
c)	$\int_0^1 e^x \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \int_0^1 e^x (2 + 3x) dx$ $= (2 + 3x)e^x \Big _0^1 - \int_0^1 3e^x dx$ $= 5e - 2 - 3e^x \Big _0^1 = 5e - 2 - 3e + 3 = 2e + 1$	1p 2p 2p

SIMULARE ILFOV