Examenul naţional de bacalaureat 2023 **-simulare județeană**

Proba E. c)

Matematică ***M_şt-nat***

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ este q = 2 $b_3 = 1 \cdot 2^2 = 4$	3p 2p
2.	. $3x + 1 < 7 \Leftrightarrow x < 2$ Cum x este număr natural, obținem x = 0 sau x =1	2p 3p
3.	$x^2 + 8 = (x+2)^2$ x =1 , care convine	2p 3p
4.	$c_4^2 = \frac{4!}{2!\cdot 2!} =$ Dupa simplificare,rezultat final 6	3p 2p
5.	$m_{AB} = 1, m_{CD} = 1 - a$, unde a este numar real $m_{AB} = m_{CD} \Leftrightarrow$ $1 - a = 1 \Leftrightarrow$ $a = 0$	2p 3p
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{BC}$ BC=20	3p 2p

Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$X(-1)=\begin{pmatrix}2&4&1\\3&9&1\\-1&1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(X(-1))=\begin{vmatrix}2&4&1\\3&9&1\\-1&1&1\end{vmatrix}=$ =18+3+(-4)-(-9)-12-2=12	**2p** **3p**
b)	$\det(X(a)-I_3)=\begin{vmatrix}1&4&1\\3&8&1\\a&a^2&0\end{vmatrix}=2a^2-4a$ $2a^2-4a=0\Leftrightarrow a=0$ sau $a=2$	**3p** **2p**
c)	$\Delta=\begin{vmatrix}2&4&1\\3&9&1\\a&a^2&1\end{vmatrix}=a^2-5a+6$, și cun ABC este triunghi, obtinem $a^2-5a+6\neq 0$ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\lvert\Delta\rvert$, deci $\lvert a2-5a+6\rvert<6$ și, cum a este numar natural, obținem a=1 sau a=4	**2p** **3p**
2.a)	x*y=1-4xy+4x+4y-4= 1-4x(y-1)+ 4(y-1)=1-4(x-1) (y-1),pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**
b)	$x*\frac{1}{x}=1-4(x-1)\left(\frac{1}{x}-1\right)=1-4(x-1)\frac{1-x}{x}=$, $1+4\frac{(x-1)^2}{x}\geq 1$,pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p** **2p**
c)	$x*x=1-4(x-1)^2$, $x*x*x=1+4^2(x-1)^3$, $x*x*x*x=1-4^3(x-1)^4$, unde x este număr real $(x-1)(1+4^2(x-1)^3)=0$, deci $x=\frac{3}{4}$ sau x=1	**3p** **2p**

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2-\ln(x+1)-(x+1)\cdot\frac{1}{x+1}=$	**3p**
	$=2-\ln(x+1)-1=1-\ln(x+1)$	**2p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=e-1$	**2p**
	Pentru orice $x\in(-1,e-1]$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-1,e-1]$ și pentru orice $x\in[e-1,+\infty)$, $f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[e-1,+\infty)$	**3p**
c)	$f''(x)=-\frac{1}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$	**2p**
	Cum, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$ avem $-\frac{1}{x+1}<0$, obținem $f''(x)<0$, deci f este concavă	**3p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(x-e^x)dx=\left(\frac{x^2}{2}-e^x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}-e+1=\frac{3}{2}-e$	**2p**
b)	$\int_0^1 x f(x)dx=\int_0^1 x(x-e^x)dx=\int_0^1(x^2-xe^x)dx=\frac{x^3}{3}\Big\vert_0^1-(x-1)e^x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$	**2p**
c)	$I_n=\int_0^1 x^n(x-f(x))dx=\int_0^1 x^n e^x dx=x^n e^x\Big\vert_0^1-n\int_0^1 x^{n-1}e^x dx=$	**3p**
	$=e-nI_{n-1}$, de unde obținem $I_n+nI_{n-1}=e$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$	**2p**