Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$z^2-4z+13=(2-3i)^2-4(2-3i)+13=$ $=4-12i+9i^2-8+12i+13=4-9-8+13=0$	**2p** **3p**
2.	$f(x)=0$ are două soluții reale distincte pentru $\Delta>0$ $\Delta=m^2-16>0$, $m_1=4, m_2=-4 \Rightarrow$ $m\in(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$.	**2p** **3p**
3.	Ecuația devine $\lg\left[(x-1)(6x-5)\right]=2$, adică $(x-1)(6x-5)=10^2 \Rightarrow$ $\Rightarrow 6x^2-11x-95=0 \Rightarrow x_1=-\dfrac{19}{6}$ care nu convine și $x_2=5$ soluție.	**3p** **2p**
4.	$T_{k+1}=C_{20}^k\left(\sqrt[3]{x}\right)^{20-k}\left(\sqrt{\dfrac{2}{x}}\right)^k=C_{20}^k x^{\frac{20-k}{3}}2^{\frac{k}{2}}x^{-\frac{k}{2}}=C_{20}^k 2^{\frac{k}{2}}x^{\frac{40-5k}{6}}$, unde $k\in\{0,1,2,...,20\}$ $\dfrac{40-5k}{6}=0\Rightarrow k=8$, deci $T_9=C_{20}^8 2^4$ nu îl conține pe x.	**3p** **2p**
5.	M mijlocul laturii $BC \Rightarrow 2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}$ N mijlocul laturii AM, deci $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{NA}$ și avem $2\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{AN}+2\overrightarrow{NA}=\vec{0}$.	**3p** **2p**
6.	$\sin x+\cos x=\cos 2x \Leftrightarrow \sin x+\cos x=\cos^2 x-\sin^2 x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \sin x+\cos x=(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(\cos x-\sin x-1)=0$ Cum $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ atunci $\cos x-\sin x-1=0$, adică $\sin x-\cos x=-1$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&2&-1\\1&1&1\\3&0&2\end{pmatrix}, \det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&1&1\\3&0&2\end{vmatrix}=$ $=2+6+0+3-4-0=7$	**3p** **2p**
b)	$\det\left(A(a)\right)=11-4a$, pentru orice număr întreg a Cum $\det\left(A(a)\right)=0 \Leftrightarrow a=\frac{11}{4}\notin\mathbb{Z}$, obținem $\det\left(A(a)\right)\neq 0$, pentru orice număr întreg a Deci rangul matricei $A(a)$ este egal cu 3 pentru orice număr întreg a.	**2p** **3p**
c)	Pentru orice număr întreg m, $A(m)$ este inversabilă și $A^{-1}(m)$ are toate elementele numere întregi, $A(m)\cdot A(m)^{-1}=I_3 \Leftrightarrow \det\left(A(m)\right)=-1$ sau $\det\left(A(m)\right)=1$, fiind numere întregi Cum m este număr întreg, obținem $m=3$.	**3p** **2p**
2. a)	$3*0=\frac{100\cdot(3+0)}{3\cdot 0+100}=$ $=\frac{300}{100}=3.$	**3p** **2p**
b)	$f(x*y)=\frac{10-\frac{100(x+y)}{xy+100}}{10+\frac{100(x+y)}{xy+100}}=\frac{10xy-100x-100y+1000}{10xy+100x+100y+1000}=\frac{xy-10x-10y+100}{xy+10x+10y+100}=$ $=\frac{(x-10)(y-10)}{(x+10)(y+10)}=\frac{10-x}{10+x}\cdot\frac{10-y}{10+y}=f(x)\cdot f(y)$, pentru orice $x,y\in M$.	**3p** **2p**
c)	$f\left(\underbrace{x*x*\ldots*x}_{de\ 2023\ \text{ori x}}\right)=f(0)\Rightarrow \underbrace{f(x)\cdot f(x)\cdot\ldots\cdot f(x)}_{de\ 2023\ \text{ori } f(x)}=f(0)\Leftrightarrow \left(f(x)\right)^{2023}=1$ $f(x)=1\Leftrightarrow 10-x=10+x\Leftrightarrow x=0.$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. a)	$f'(x)=\left(e^x\right)'-\left(\frac{1}{2}x^2\right)'-x'-1'=e^x-\frac{1}{2}2x-1=$ $=e^x-x-1, x\in\mathbb{R}.$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x-x-1}{e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x-1}{e^x-x-1}=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{e^x-1}=1.$	**3p** **2p**
c)	$f''(x)=e^x-1>0$ pentru orice $x\in(0,\infty)$, deci f' strict crescătoare pe $(0,\infty)$ și cum $f'(0)=0$, obținem $f'(x)>0$ pentru orice $x\in(0,\infty)$, deci f strict crescătoare pe $(0,\infty)$ și f continuă pe $\mathbb{R}$ $0<2\sqrt{3}<3\sqrt{2}\Rightarrow f\left(2\sqrt{3}\right)<f\left(3\sqrt{2}\right).$	**3p** **2p**
2. a)	$\int f(x)e^x dx=\int\left(x^2+2\right)e^{-x}\cdot e^x dx=\int\left(x^2+2\right)dx=$ $=\frac{x^3}{3}+2x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$.	**3p** **2p**
b)	$\int g(x)dx=\int f(\ln x)dx=\int\frac{\ln^2 x+2}{e^{\ln x}}dx=\int\frac{\ln^2 x+2}{x}dx=$ $=\frac{1}{3}\ln^3 x+2\ln x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	F este o primitivă a lui $f\Rightarrow$ $F'(x)=f(x)\Rightarrow -e^{-x}\left(-x^2+ax+b\right)+e^{-x}\left(-2x+a\right)=e^{-x}\left(x^2+2\right)$, pentru orice număr real x $x^2+(-a-2)x+a-b=x^2+2,$ pentru orice număr real $x\Leftrightarrow a=-2$ și $b=-4$	**2p** **3p**