

**Simulare, Bacalaureat, 17 ianuarie 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**
**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$\left(2 - \frac{1}{9}\right) : \frac{17}{9} = \frac{18-1}{9} : \frac{9}{17} =$ $= \frac{17}{9} : \frac{9}{17} = 1$	<b>3p</b>
		<b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(2) = 8 + a$ $f(-2) = -8 + a \Rightarrow f(2) - f(-2) = 8 + a - (-8 + a) = 16$ , pentru orice număr real $a$	<b>2p</b>
		<b>3p</b>
<b>3.</b>	$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $x = 1$ sau $x = 3$	<b>3p</b>
		<b>2p</b>
<b>4.</b>	După prima scumpire cu 5%, prețul obiectului este de $120 + \frac{5}{100} \cdot 120 = 126$ lei  După a doua scumpire cu 5%, prețul obiectului este $126 + \frac{5}{100} \cdot 126 = 132,3$ lei	<b>2p</b>
		<b>3p</b>
<b>5.</b>	Punctul $C$ , mijlocul segmentului $AB$ , are coordonatele $x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$ ,  $y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7+1}{2} = 4 \Rightarrow C(3,4)$  $OC = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 5$	<b>3p</b>
		<b>2p</b>
<b>6.</b>	$AB = AC = 5 \Rightarrow \triangle ABC$ este isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ este dreptunghic în $A$  $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 12,5$	<b>2p</b>
		<b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**
**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 3 \cdot 3 =$ $= 3 - 9 = -6$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{vmatrix} = x^2 - 4x - 6, \text{ pentru orice număr real } x$ $x^2 - 4x - 6 = -1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ sau } x = 5$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2+3a & 1+3b \\ 6+3a & 3+3b \end{pmatrix}, X \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ a+3b & 3a+3b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2+3a & 1+3b \\ 6+3a & 3+3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ a+3b & 3a+3b \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } a=1 \text{ și } b=\frac{8}{3}.$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$x * y = xy - x - y + 1 + 1 =$ $x(y-1) - (y-1) + 1 = (x-1)(y-1) + 1, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y.$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$(x * y) * z = ((x-1)(y-1) + 1) * z = [(x-1)(y-1) + 1 - 1](z-1) + 1 = (x-1)(y-1)(z-1) + 1,$ <p>pentru orice numere reale <math>x, y</math> și <math>z</math>.</p> $x * (y * z) = x * ((y-1)(z-1) + 1) = (x-1)[(y-1)(z-1) + 1 - 1] + 1 = (x-1)(y-1)(z-1) + 1 =$ $= (x * y) * z, \text{ pentru orice numere reale } x, y \text{ și } z, \text{ deci legea de compoziție este asociativă pe } \mathbb{R}.$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$n * n * n = (n * n) * n = ((n-1)(n-1) + 1) * n = [(n-1)^2 + 1 - 1](n-1) + 1 = (n-1)^3 + 1$ $n * n * n = n \Leftrightarrow (n-1)^3 - (n-1) = 0 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 0, \text{ și cum } n \text{ este număr natural nenul,}$ <p>obținem <math>n=1</math> sau <math>n=2</math>.</p>	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = x^{2'} - 2 \ln x' = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2(x^2 - 1)}{x} =$ $= \frac{2(x-1)(x+1)}{x}, \text{ pentru orice } x \in (0, \infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(1) = 1 \text{ și } f'(1) = 0$ <p>ecuația tangentei este <math>y - f(1) = f'(1)(x-1)</math>, adică <math>y - 1 = 0</math></p>	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, f \text{ este descrescătoare pe } (0, 1], f \text{ crescătoare pe } [1, \infty) \text{ și } f \text{ continuă}$ $f(x) \geq f(1) \Rightarrow f(x) \geq 1 \text{ oricare ar fi } x \in (0, \infty).$ <p>Pentru <math>x = \frac{2}{3} \Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) \geq 1 \Rightarrow \frac{4}{9} - 2 \ln \frac{2}{3} \geq 1 \Rightarrow \ln \frac{2}{3} \leq -\frac{5}{18}</math></p>	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int f(x) e^x dx = \int \frac{2x - x^2}{e^x} e^x dx = \int 2x - x^2 dx =$ $= 2 \int x dx - \int x^2 dx = 2 \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} = x^2 - \frac{x^3}{3} + c, c \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>

<b>b)</b>	$g'(x) = \frac{(x^2)' e^x - x^2 (e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{(2x - x^2)e^x}{e^{2x}} = \frac{2x - x^2}{e^x} =$ $= f(x), \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R} \text{ și } g \text{ derivabilă, deci funcția } g \text{ este o primitivă a funcției } f.$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>c)</b>	<p>Fie <math>F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> o primitivă a funcției <math>f \Rightarrow F'(x) = f(x)</math>, pentru orice <math>x \in \mathbb{R}</math></p> $F'(x) = \frac{2x - x^2}{e^x} = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ sau } x = 2$ $F'(x) \geq 0, \text{ pentru orice } x \in [0, 2], \text{ deci orice primitivă a funcției } f \text{ este crescătoare pe } [0, 2].$	<b>3p</b>  <b>2p</b>