

Examenul național de bacalaureat 2021

**Proba E. c)
Matematică**

Testul 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(7 - 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{6}{41} = 1$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$ cu graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 6 - x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(3x - 2) = 1$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 12%, o tabletă grafică costă 264 de lei. Determinați prețul inițial al tabletei.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $T(6,5)$. Determinați coordonatele punctului A , știind că A este mijlocul segmentului MT .
- 5p 6. Arătați că $\cos 60^\circ \cdot \sin 60^\circ + \sin 90^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 3a+2 \\ a & 3a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.
- 5p b) Demonstrați că $A(4) = B \cdot B + 2 \cdot C$.
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(n) + B) = 4$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{3xy + 1}{x + y}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 1 = 2$.
- 5p b) Calculați $((1 * 2) * 3) - (1 * (2 * 3))$.
- 5p c) Determinați numerele reale $x \in M$ pentru care $x * x = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 - 2x^3 - 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3x^2(x-1)(x+2)$, pentru orice număr real x .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[-2, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 1) + 3$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + x - 3) dx = 0$.

5p b) Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 - 3)e^x dx$.

5p c) Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că $\int_0^1 f(x) dx = -a^2 + 5$.