

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3\right) = 1$.
- 5p 2. Gegeben sind x_1 und x_2 die Lösungen der Gleichung $x^2 - x + a = 0$, wo a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reellen Werte von a so, dass $x_1 x_2 - 1 < 0$.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $3^{x+1} = 9^x$.
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte natürliche, zweistellige Zahl die Einerziffer 3 hat.
- 5p 5. Gegeben sind die Punkte $A(-1, -1)$ und $B(4, 4)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Beweise, dass die Punkte A , O und B kollinear sind.
- 5p 6. Beweise, dass $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, für jede reelle Zahl x .

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ und $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Zeige, dass $\det A = 16$.
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl a so, dass $A \cdot B = aI_2$.
- 5p c) Beweise, dass $\det\left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$, für jede reelle, von Null verschiedene Zahl x .
2. In der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$.
- 5p a) Zeige, dass $(-2) \circ (-2) = 2$.
- 5p b) Beweise, dass $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl x so, dass $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)e^x$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = (x - 1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
- 5p c) Beweise, dass $-e \leq f(x) \leq 0$, für alle $x \in (-\infty, 2]$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 1$.
- 5p a) Zeige, dass $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 2$.
- 5p b) Beweise, dass jede Stammfunktion der Funktion f steigend auf \mathbb{R} ist.
- 5p c) Berechne $\int_1^e f(x) \ln x dx$.