

**Examenul de bacalaureat național 2018**  
**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 2**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**THEMA I**

**(30 Puncte)**

- 5p 1. Zeige, dass  $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3\right) = 1$ .
- 5p 2. Gegeben sind  $x_1$  und  $x_2$  die Lösungen der Gleichung  $x^2 - x + a = 0$ , wo  $a$  eine reelle Zahl ist. Bestimme die reellen Werte von  $a$  so, dass  $x_1 x_2 - 1 < 0$ .
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $3^{x+1} = 9^x$ .
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte natürliche, zweistellige Zahl die Einerziffer 3 hat.
- 5p 5. Gegeben sind die Punkte  $A(-1, -1)$  und  $B(4, 4)$  in dem kartesischen Koordinatensystem  $xOy$ . Beweise, dass die Punkte  $A$ ,  $O$  und  $B$  kollinear sind.
- 5p 6. Beweise, dass  $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$ , für jede reelle Zahl  $x$ .

**THEMA II**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben sind die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  und  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\det A = 16$ .
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl  $a$  so, dass  $A \cdot B = aI_2$ .
- 5p c) Beweise, dass  $\det \left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$ , für jede reelle, von Null verschiedene Zahl  $x$ .
2. In der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung  $x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$ .
- 5p a) Zeige, dass  $(-2) \circ (-2) = 2$ .
- 5p b) Beweise, dass  $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$ , für alle reellen Zahlen  $x$  und  $y$ .
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl  $x$  so, dass  $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$ .

**THEMA III**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 2)e^x$ .
- 5p a) Zeige, dass  $f'(x) = (x - 1)e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Zeige, dass  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ .
- 5p c) Beweise, dass  $-e \leq f(x) \leq 0$ , für alle  $x \in (-\infty, 2]$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 + 1$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 2$ .
- 5p b) Beweise, dass jede Stammfunktion der Funktion  $f$  steigend auf  $\mathbb{R}$  ist.
- 5p c) Berechne  $\int_1^e f(x) \ln x dx$ .