Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi termenul b_3 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 1$ şi rația $q = 5$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4x-5$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x}+x=4$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{49}\right\}$, acesta să fie număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-3,0)$ și $C(-3,6)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $\sin x(3\sin x-\cos x)+\cos x(\sin x+3\cos x)=3$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 4\\ -4 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(-1)\right)=17$.

5p **b)** Demonstrați că $A(2019-a)+A(2019+a)=2A(2019)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați perechile de numere reale x și y, pentru care $A(x)A(y)=2A(-8)$.

2. Pe mulţimea $G=(-2,2)$ se defineşte legea de compoziţie $x*y=\dfrac{4x+4y}{4+xy}$.

5p **a)** Arătaţi că 0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **b)** Determinaţi $x\in G$, pentru care $x*x=\dfrac{8}{5}$.

5p **c)** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to G$, $f(x)=\dfrac{2(x-1)}{x+1}$. Demonstrați că $f(xy)=f(x)*f(y)$, pentru orice $x,y\in(0,+\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-2x+2\ln(x+1)$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{-2x}{x+1}$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că $\ln(1+\cos x)\leq\cos x$, pentru orice $x\in(0,\pi)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+3}{e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)e^x\,dx=6$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $[-3,+\infty)$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=n$ are aria egală cu $4-6e^{-n}$.