Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați produsul primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge1}$, știind că $b_2=4$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)^2$ și $g(x)=2018-x$. Calculați $g\big(f(1)\big)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $25^x=5^{x^2}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 9.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $(a-1)x-a^2y-a^2=0$, unde a este număr real nenul. Determinați numărul real nenul a, știind că dreapta d este paralelă cu axa Ox.
5p	**6.** Arătaţi că $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=\frac{5}{2}$, știind că $\sin x=\frac{1}{\sqrt5}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x+2&x\\1&-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det\big(A(1)\big)=-7$.
5p	**b)** Demonstrați că $xA(y)-yA(x)=(x-y)A(0)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale a, știind că $\big(aA(-1)+A(a)\big)A(0)=\big(a^2+7\big)I_2$.
	2. Se consideră polinomul $f=4X^3-6X+m$, unde m este număr real.
5p	**a)** Pentru $m=2$, arătați că $f(1)=0$.
5p	**b)** Demonstrați că, oricare ar fi numărul real m, polinomul f **nu** se divide cu polinomul X^2+X+1.
5p	**c)** Determinați numărul real nenul m, știind că $\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)^2=\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}\cdot\frac{1}{x_3}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuaţia tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\le1-\frac{1}{\sqrt{x}}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+\frac{1}{x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^2(x+1)f(x)\,dx=22$.
5p	**b)** Calculați $\int_0^1\left(f(x)-\frac{1}{x+1}\right)e^{x^3}dx$.
5p	**c)** Determinați numărul natural nenul n, știind că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-3x^2$ este egal cu $\frac{\pi}{n}$.