

Examenul de bacalaureat național 2018  
Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul complex  $z$ , știind că  $2\bar{z} - z = 1 - 3i$ , unde  $\bar{z}$  este conjugatul lui  $z$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - mx + 1$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numerele reale  $m$ , știind că vârful parabolei asociate funcției  $f$  se află pe axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\frac{\lg x}{\lg(x+2)} = \frac{1}{2}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte și impare.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(-5, 2)$  și dreapta  $d$  de ecuație  $y = x + 1$ . Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul  $A$  și este perpendiculară pe dreapta  $d$ .
- 5p 6. Arătați că  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$ , pentru orice număr real  $x$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $M(m) = \begin{pmatrix} 2m & 1 & 1 \\ 1 & 2m & 1 \\ 1 & 1 & 2m \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} 2mx + y + z = -1 \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + 2mz = 1 \end{cases}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(M(0)) = 2$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $m$ , știind că  $\det(M(m)) = 0$ .
- 5p c) Pentru  $m = -1$ , demonstrați că, dacă  $(a, b, c)$  este o soluție a sistemului, cel mult unul dintre numerele  $a$ ,  $b$  și  $c$  este întreg.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 4xy + 3x + 3y + \frac{3}{2}$ .
- 5p a) Demonstrați că  $x * y = 4\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(y + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4}$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x * x * x = -\frac{1}{2}$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $a$ , știind că  $f(x) * f(y) = f(x + y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ae^x - \frac{3}{4}$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 8x^2 - \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(4x-1)(4x+1)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Demonstrați că punctul  $A\left(\frac{2}{3}, 3\right)$  aparține tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$ .

2. Se consideră funcția  $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+3}{x+3}$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^1 (x+3)f(x)dx = 4$ .

5p b) Arătați că  $\int_0^1 f(x)dx = 2 - 3\ln\frac{4}{3}$ .

5p c) Pentru fiecare număr natural  $n$ , se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 e^x (x+3)^n (f(x))^n dx$ . Demonstrați că  $I_n + 2nI_{n-1} = e \cdot 5^n - 3^n$ , pentru orice număr natural  $n$ ,  $n \geq 1$ .