

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Számítsd ki a $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$ komplex szám moduluszát!
- 5p 2. Határozd meg az m valós szám azon értékeit, amelyekre $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$, bármely x valós szám esetén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazában a $2\log_2 x - \log_x 2 = 1$ egyenletet!
- 5p 4. Határozd meg az A halmaz elemeinek számát tudva, hogy az A halmaznak pontosan 16 darab olyan részhalmaza van, amely legfeljebb két elemet tartalmaz!
- 5p 5. Az ABC háromszögben az M pont a BC oldal felezőpontja és az N pont az AM szakasz felezőpontja. Igazold, hogy $2\overline{AN} + \overline{BN} + \overline{CN} = \vec{0}$.
- 5p 6. Határozd meg az $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ számot, ha $1 + 3\cos x = \cos 2x$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$ egyenletrendszer, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A(a)) = a(3 - a)$, bármely a valós szám esetén!
- 5p b) Ha $a = 0$, igazold, hogy az egyenletrendszer inkompatibilis!
- 5p c) Határozd meg az a egész számokat úgy, hogy az egyenletrendszernek egyetlen (x_0, y_0, z_0) megoldása legyen és x_0 , y_0 és z_0 egész számok legyenek!
2. A valós számok halmazán adott az $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$ asszociatív művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p b) Határozd meg azokat az a , b természetes számpárokat amelyekre $a \circ b = 1$.
- 5p c) Igazold, hogy bármely n , $n \geq 2$ természetes szám esetén az $\underbrace{1 \circ 1 \circ \dots \circ 1}_{1 \text{ de } n \text{ ori}}$ szám **nem** természetes!

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képehez tartozó ferde aszimptota egyenletét a $-\infty$ felé!
- 5p c) Határozd meg az f függvény képhalmazát!

2. Adott az $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln(x+1)$ függvény.

5p a) Számítsd ki az $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)} dx$ értéket!

5p b) Igazold, hogy $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x) dx$ határértéket!